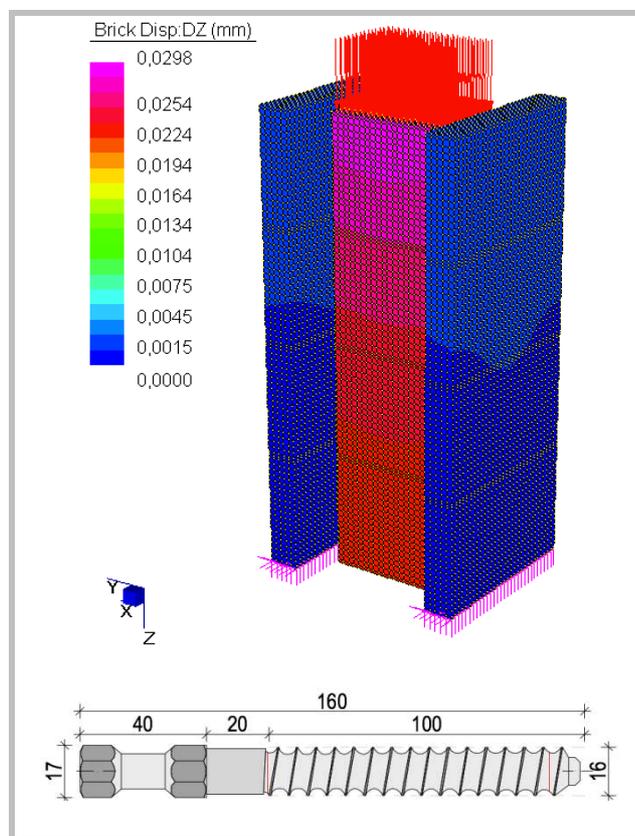


“Laboratorio virtuale prove di carico connettori a secco Al-fer s.r.l.”



Ing. Cristian Zenari

Sommario

1	INTRODUZIONE	3
2	Descrizione delle prove sperimentali	3
2.1	Premessa.....	3
2.2	Matrice delle prove sperimentali.....	3
2.3	Connettori in Acciaio e trave in Legno LE.AC.1/2/3	4
2.3.1	Il connettore a secco al-fer.....	4
2.3.2	Geometria dei campioni	4
2.3.3	Schema delle prove.....	5
2.3.4	Matrice delle prove LEgno ACciaio.....	5
2.4	Risposta sperimentale.....	6
2.4.1	Rapporto di prova.....	6
2.4.2	Dati disponibili	6
2.4.3	LE.AC.1	7
2.4.4	LE.AC.2	12
2.4.5	LE.AC.3	15
2.4.6	Conclusioni	16
3	Rigidezza della connessione.....	17
3.1	Premessa.....	17
3.2	Provini di riferimento.....	17
3.3	Modelli analitici per il calcolo della rigidezza e della capacità portante	18
3.3.1	Connettori a piolo solidarizzati al legno con resina epossidica.....	18
3.3.2	Connettori a secco entro fori calibrati.....	21
3.3.3	Normativa	26
3.3.4	Confronto dei modelli analitici proposti	31
3.3.5	Linearizzazione della curva di capacità	32
3.3.6	Modello bilineare Al-fer.....	34
3.4	Considerazioni.....	35
4	Modelli numerici	36
4.1	Intero provino	36
4.1.1	Definizione della geometria e del tipo di elementi.....	36
4.1.2	Definizione delle condizioni di vincolo.....	37
4.1.3	Definizione delle condizioni di carico.....	38
4.1.4	Definizione delle proprietà dei materiali.....	39
4.1.5	Risoluzione del modello	40
4.1.6	Post-processing del modello.....	40
4.1.7	Lunghezza libera di inflessione.....	48
4.1.8	Conclusioni	51
4.2	Travi composte	55
4.2.1	Introduzione	55
4.2.2	Teoria delle travi composte.....	55
4.2.3	Applicazione FEM: solaio composto legno-calcestruzzo con connettori Al-fer srl..	63
	Bibliografia.....	75

1 INTRODUZIONE

Lo studio svolto ha come obiettivo la caratterizzazione meccanica di uno speciale connettore, brevettato dalla ditta Al-fer s.r.l di Montorio (VR), impiegato per la realizzazione di strutture miste legno calcestruzzo. Sono disponibili i risultati di prove di push-over condotte su provini di calcestruzzo e legno assemblati tramite i connettori Al-fer in formato digitale. Tale risorsa ha spinto chi scrive ad uno studio dei principali fattori da cui tale fenomeno dipende. Si procederà per gradi illustrando dapprima i dati a disposizione ed operando poi confronti con modelli analitici da normativa, con sistemi di connessione analoghi ed infine con simulazioni numeriche. Si è proposto dunque un modello semplificato per la rigidità della connessione, adatto a pratiche implementazioni numeriche, con cui è possibile dimensionare velocemente gli elementi strutturali di un solaio misto legno calcestruzzo con connettori a secco Al-fer.

2 Descrizione delle prove sperimentali

2.1 Premessa

Nel giugno del 2002 è stato condotto uno studio sperimentale, presso il Dipartimento di Costruzioni e Trasporti dell'Università di Padova, volto a valutare l'efficacia del comportamento meccanico dei connettori a secco Al-fer s.r.l. per la realizzazione di solai misti legno calcestruzzo. Sono state eseguite prove di scorrimento (push-out) in laboratorio su campioni realizzati ad hoc, tali prove consentono di individuare i parametri caratteristici, sia di resistenza che di deformabilità, per la progettazione dell'intervento di rinforzo su solai esistenti e di nuova realizzazione; in particolare lo studio è stato finalizzato alla calibrazione del coefficiente di rigidità specifica (modulo di scorrimento del connettore) da cui dipende il valore del coefficiente di efficacia della connessione della struttura composta mista.

Le prove hanno fornito i diagrammi carico-spostamenti e verranno presentati solo successivamente alla descrizione dell'attività sperimentale svolta.

2.2 Matrice delle prove sperimentali

L'attività sperimentale prevedeva prove preliminari per la qualificazione fisico meccanica dei materiali di base (in particolare legno, calcestruzzo e connettori) e prove meccaniche di push-out su elementi di solaio in legno o calcestruzzo rinforzati con solette in calcestruzzo realizzate in opera. Oggi, a causa di motivi sconosciuti, sono disponibili solamente le prove di qualificazione meccanica del connettore; mentre sono stati stimati, per le applicazioni numeriche, i dati relativi alle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo e del legno.

Le prove di scorrimento per la valutazione dell'efficacia della connessione sono state eseguite su tre diverse configurazioni di prova, come di seguito specificato. In particolare, si è previsto l'uso di connettori in acciaio ed in alluminio per il rinforzo di solai esistenti in legno con solette di calcestruzzo, mentre per il solaio tipo latero-cemento si è previsto il solo collegamento mediante connettori in acciaio con la soletta collaborante.

Al fine di ottenere risultati sufficientemente significativi, per ogni combinazione di connettori/tipo di solaio esistente si sono realizzati n° 3 prove sperimentali. Pertanto si può sintetizzare così la matrice delle prove:

LE.AC.1/2/3	(Trave in LE gno.connettori in AC ciaio.numero provino);
LE.AL.1/2/3	(Trave in LE gno.connettori in AL luminio.numero provino);
CA.AC.1/2/3	(Trave in C emento Armato.connettori in AC ciaio.numero provino).

Tab. 1: *Matrice delle prove complessive*

Il presente lavoro analizza in dettaglio la serie di prove con connettori in **AC**ciaio e trave in **LE**gno, in quanto riveste oggi un caso di indubbio interesse in edilizia. Infatti, proprio in questi anni si registra un crescente interesse per le strutture miste legno calcestruzzo, sia per quanto concerne il restauro che per le nuove realizzazioni. Interventi questi, che sono possibili tramite l'utilizzo di appositi dispositivi di collegamento di cui il connettore a secco Al-fer s.r.l ne rappresenta un esempio tra i molti disponibili sul mercato.

2.3 Connettori in Acciaio e trave in Legno LE.AC.1/2/3

2.3.1 Il connettore a secco al-fer

Il connettore a secco Al-fer s.r.l viene realizzato sagomando opportunamente una barra di acciaio al piombo tipo 9SMnPb36. In Fig. 1 viene mostrata la geometria ed alcune sezioni trasversali dello stesso.

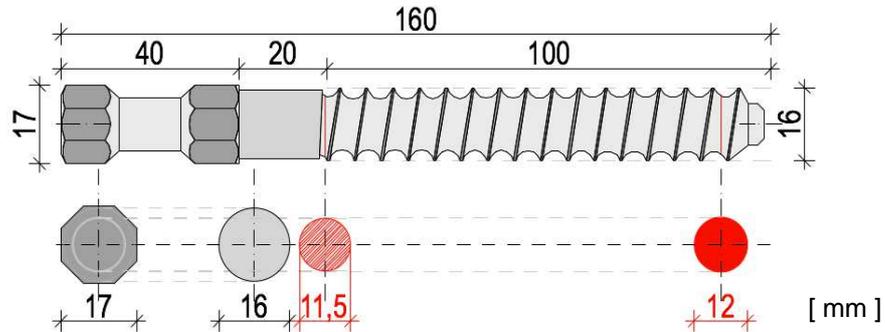


Fig. 1: Geometria dei connettori a secco Al-fer s.r.l

2.3.2 Geometria dei campioni

I campioni rappresentativi di solai esistenti in *legno* sono stati realizzati da un'unica trave in legno centrale (14x20 cm e di lunghezza pari a 76 cm) con ai lati due solette in c.a. di spessore 5 cm, comprensivi di rete elettrosaldata. Si è testato il comportamento di connettori in acciaio di diametro utile 16 mm ad interasse di 19 cm. Fra le solette e le travi si è interposto un tavolato in legno dello spessore di 2,5 cm, continuo sopra la trave da entrambe i lati.

Si riporta in Fig. 2 la pianta e la sezione di un provino tipo.

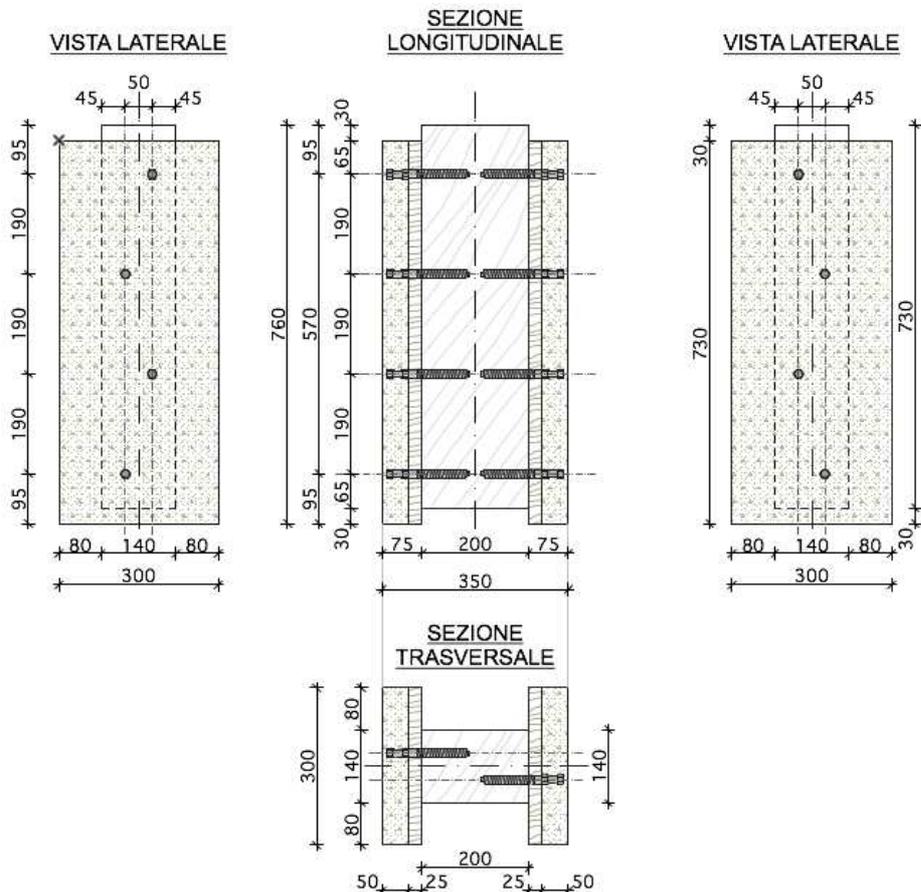


Fig. 2: Geometria dei provini del caso di trave in legno e connettori in acciaio

2.3.3 Schema delle prove

Si riporta in Fig. 3 lo schema delle prove; il carico verticale è stato applicato mediante un ciclo di assestamento preliminare e successivi cicli di misura fino a rottura, variabili in funzione del campione testato.

Per l'esecuzione delle prove è stata impiegata la seguente attrezzatura, disponibile presso il Laboratorio Prove Sperimentali sui Materiali del Dipartimento di Costruzioni e Trasporti dell'università di Padova:

- N. 1 centralina di acquisizione "Spider 8";
- N.4 trasduttori induttivi di spostamento tipo W;
- N.1 portale di carico con martinetto da 30 t;
- N.1 cella di carico da 10 t.

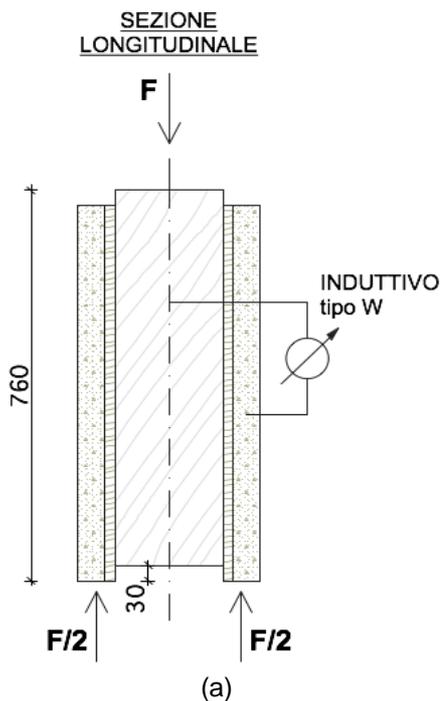


Fig. 3: Schema delle prove di push-out

2.3.4 Matrice delle prove LEgno ACciaio

Sono stati sottoposti a prove di scorrimento tre provini, della geometria precedentemente specificata, e su ciascuno di questi si è misurato il carico applicato alla trave di legno e lo spostamento subito dell'elemento composto legno calcestruzzo a mezzo del connettore a secco Al-fer s.r.l..

Di seguito si illustra la matrice delle prove relativa al caso in esame.

n° provino	nome provino	n° prova	nome prova sperimentali
1	LE.AC.1	1	01_1_acc
		2	01_2_acc
		3	01_rottura_acc
2	LE.AC.2	4	02_1_acc
3	LE.AC.3	5	03_1_acc

Tab. 2: Matrice delle prove del caso di trave in legno e connettori in Acciaio

2.4 Risposta sperimentale

2.4.1 Rapporto di prova

Si riporta qui di seguito il rapporto di prova, del Dipartimento di Costruzioni e Trasporti dell'Università degli studi di Padova, consegnato alla ditta produttrice dei connettori oggetti di studio al termine della sperimentazione effettuata nel Luglio 2002.

RAPPORTO DI PROVA N. 18905

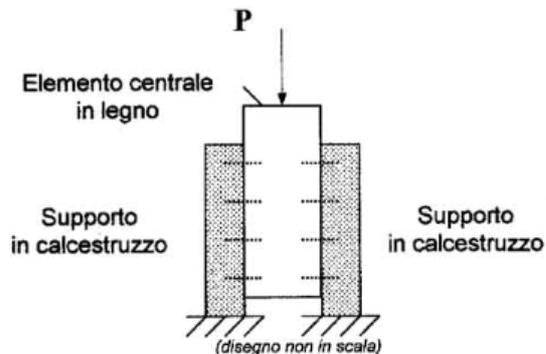
Pag. 1/1

Richiedente: AL.FER s.r.l., via dei Castagni n. 7 – VERONA.

Data della domanda di prova: 03 Luglio 2002.

Materiale: N. 03 campioni di elementi in calcestruzzo armato e legno da costruzione, assemblati mediante connettori in acciaio di produzione del Richiedente.

Prove richieste: prove di scorrimento per taglio come da schema di seguito riportato, secondo modalità non normative e concordate con il Richiedente.



Modalità di prova:

I campioni sono stati sottoposti a compressione in senso longitudinale, con applicazione del carico sulla sommità dell' elemento centrale, seguendo un ciclo composto dalle due seguenti fasi:

- 1^a fase: da scarico a circa 4000 daN e di nuovo scarico, per assestamento del campione,
- 2^a fase: da scarico fino al raggiungimento del carico massimo a rottura.

La prova vuole valutare la resistenza dei connettori, simulando le normali condizioni di utilizzo.

La prova si conclude con l'osservazione del tipo di rottura dei materiali impiegati.

CAMPIONE	CARICO MASSIMO	OSSERVAZIONI
1	18998 daN	In tutti i campioni si sono osservate la simultanea rottura del calcestruzzo e la rilevante deformazione dei connettori metallici con cedimento di alcuni di essi
2	17882 daN	
3	17038 daN	

Fig. 4: Rapporto di prova sperimentale dell'Università degli studi di Padova

2.4.2 Dati disponibili

Si analizza nel seguito il comportamento dei tre campioni, della serie connettori in acciaio e trave in legno, soggetti alle prove di scorrimento. Per ciascuna prova sono disponibili i dati rilevati tramite i trasduttori di carico e spostamento, in formato excel, con cui è stato possibile costruire le seguenti tipologie di curve:

- Carico – tempo (F,t);
- Carico – spostamento (F,u).

Da tali grafici si possono comprendere i seguenti aspetti:

- Velocità di carico (F/t) espressa in N/sec;
- Fasi di carico e scarico;
- Rigidezza del sistema legno-calcestruzzo-connettori;
- Valore ultimo del carico cui corrisponde la rottura reale o convenzionale della connessione.

2.4.3 LE.AC.1

Il primo provino, identificato con il nome LE.AC.1, è stato utilizzato come test per tarare i cicli di carico dei successivi 2 provini, su di esso sono state eseguite tre prove. La prima prova di carico, identificata con il codice 01_1_acc, si è svolta applicando la forza alla trave in legno in modo monotono fino ad un valore di circa 2'000 daN, giunti a tale valore si è scaricato il sistema. La seconda prova, identificata con il codice 01_2_acc, è stata eseguita sul medesimo provino e si è svolta mediante due intervalli di carico:

- un primo ciclo fino a 2'000 daN con successivo scarico;
- secondo ciclo di carico da zero fino a circa 12'000 daN e scarico.

La terza prova, identificata con il codice 01_rottura_acc, si è svolta al termine della prova 01_2_acc, in tali condizioni il provino risultava scarico e presentava deformazioni permanenti. Si è proceduto ad incrementare il valore del carico da zero sino al raggiungimento della rottura del sistema connesso. In Fig. 5 si riporta l'andamento del carico applicato sul sistema in funzione del tempo, per il provino LE.AC.1 ed in funzione delle tre prove eseguite.

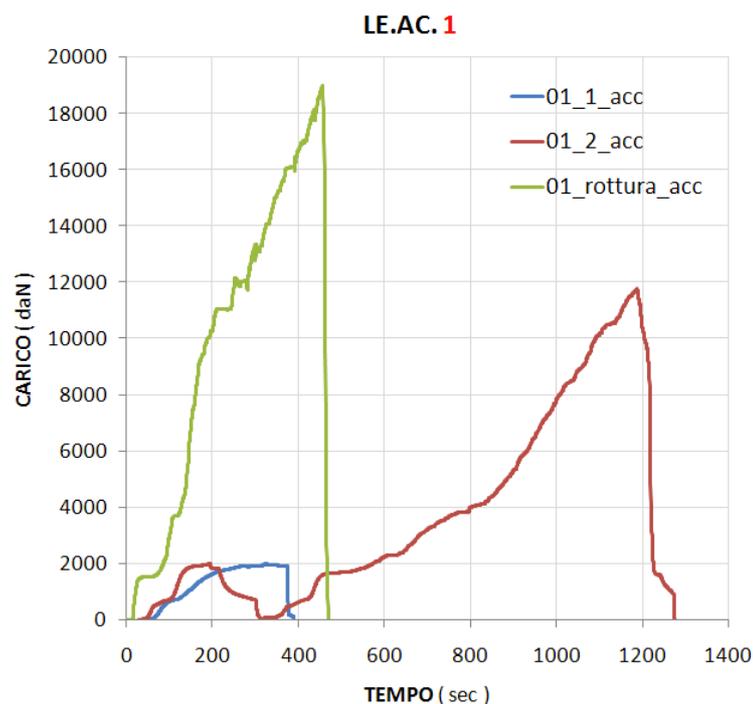


Fig. 5: Grafico carico – tempo per il provino LE.AC.1

Una volta chiarita la dinamica con cui si è svolta la sperimentazione, la nomenclatura impiegata per identificare i vari campioni nonché le prove su ciascuno di essi, è possibile entrare nel merito delle curve carico-spostamento. Tali grafici sono stati ottenuti elaborando i dati a disposizione e risultano senza dubbio il materiale più importante, attraverso tali curve è infatti possibile studiare i valori della rigidità del sistema connesso ovvero capire le risposte dei materiali soggetti al carico esterno.

I trasduttori sono stati posizionati in modo diverso a seconda del campione testato. Più precisamente per quanto riguarda il campione LE.AC.1, i trasduttori hanno rilevato scorrimenti positivi e negativi. Tale fatto appare riconducibile, poiché tale informazione non è disponibile, alla valutazione di possibili giochi o imperfezioni dei campioni. Sebbene non sia nota l'origine di tale scelta è possibile trarre comunque delle considerazioni ingegneristiche a tal proposito. Come mostrato nella Fig. 6, i trasduttori del campione LE.AC.1, sono solidali alla trave in legno e misurano scorrimenti positivi qualora l'asticella subisca un accorciamento mentre si sono registrati scorrimenti negativi nel caso di allungamento della stessa. I 4 trasduttori sono posizionati a coppie sulle 2 sezioni longitudinali del campione come in figura.

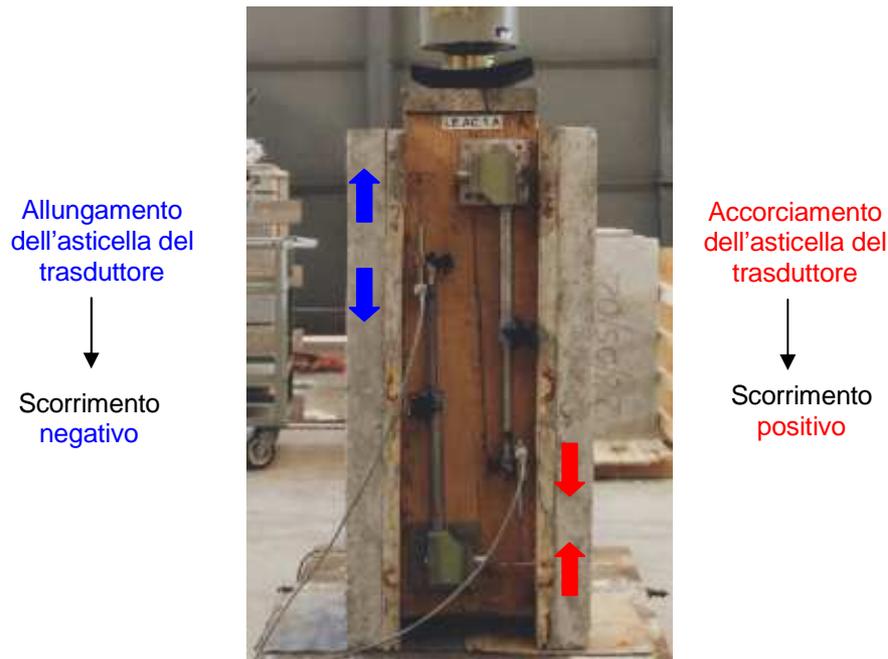


Fig. 6: Posizionamento trasduttori di tipo induttivo sul provino LE.AC.1

Come risulta ragionevole immaginare, i trasduttori che hanno registrato maggiori scorrimenti sono stati quelli a valori positivi. Come risulta dalla Fig. 6, il trasduttore di destra rileva un accorciamento tra un punto in corrispondenza di un connettore sul trave di legno prossimo alla cella di carico ed un punto solidale alla soletta di estremità. In prossimità del martinetto idraulico ci si attende condizioni al contorno tali da provocare brusche variazioni dello stato di tensione e da cui è lecito attendersi un maggiore campo di spostamenti. Contrariamente, punti del trave in legno in corrispondenza del banco di prova inferiore saranno assoggettati ad uno stato di sollecitazione inferiore e dunque un minore scorrimento, come provato dai successivi grafici (trasduttore di sinistra-allungamento).

Di seguito si riportano i grafici relativi alle sole prime due prove condotte sul campione LE.AC.1 in quanto i grafici della prova a rottura, come già anticipato, non risultano sufficientemente chiari per tracciare un comprensibile diagramma carico spostamento ma di indubbio interesse risultano invece i valori del carico ultimo registrati a rottura.

Nel seguito ci si riferirà ai dati rilevati dai trasduttori, tramite i 4 canali dedicati agli scorrimenti, indicandoli con il simbolo CH, diminutivo del termine anglosassone channel seguito dal corrispondente numero. Per una maggiore comprensione:

- CH1_channel 1_trasduttore dedicato al trascorrere del tempo in secondi;
- CH2_channel 2_trasduttore dedicato al carico in daN;
- CH3_channel 3_trasduttore di spostamento, in mm, sulla faccia A del campione.
- CH4_channel 4_trasduttore di spostamento, in mm, sulla faccia A del campione.
- CH5_channel 5_trasduttore di spostamento, in mm, sulla faccia C del campione.
- CH6_channel 6_trasduttore di spostamento, in mm, sulla faccia C del campione.

A) 01_1_acc

Nella Fig. 7 è riportato il diagramma caratteristico F – u rilevato durante la prima prova condotta sul campione LE.AC.1.

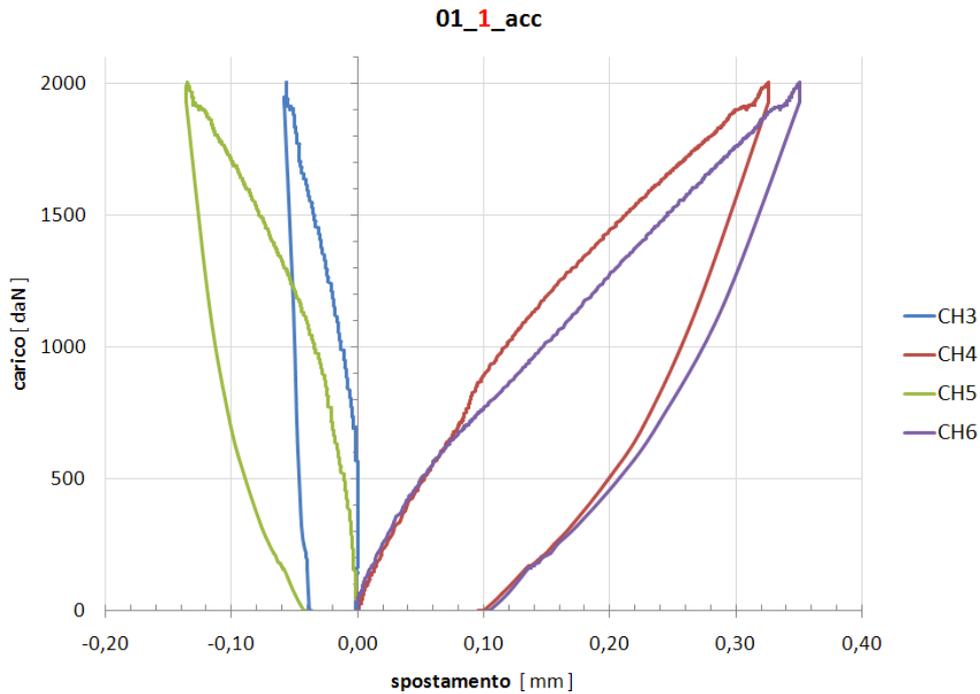


Fig. 7: Dati sperimentali – Curva Carico-scorrimento prova 01_1_acc provino LE.AC.1

Dal grafico è possibile fare alcune considerazioni:

- 1) Trova conferma l'ipotesi di diverso scorrimento di punti appartenenti a due differenti livelli di altezza, rispetto alla sezione longitudinale del trave in legno, Fig. 8 (a). Le curve con scorrimenti negativi mostrano una marcata rigidità tanto che il canale 3, CH3, inizia a registrare spostamenti per valori di forza maggiori di 700 daN;
- 2) La forza assorbita dal singolo connettore è proporzionale allo spostamento (o scorrimento) a cui viene sottoposto, è ragionevole pensare che il connettore in prossimità dell'appoggio inferiore debba assorbire una forza minore del connettore in testa al provino ove avviene l'applicazione del carico, Fig. 8 (b);
- 3) Si osserva un comportamento abbastanza lineare con pendenza della curva piuttosto elevata, infatti occorrono ben 2'004 daN per produrre uno scorrimento massimo del campione pari a 0,351mm;
- 4) Al termine della prova si registra una deformazione permanente di circa 1/10 di millimetro.

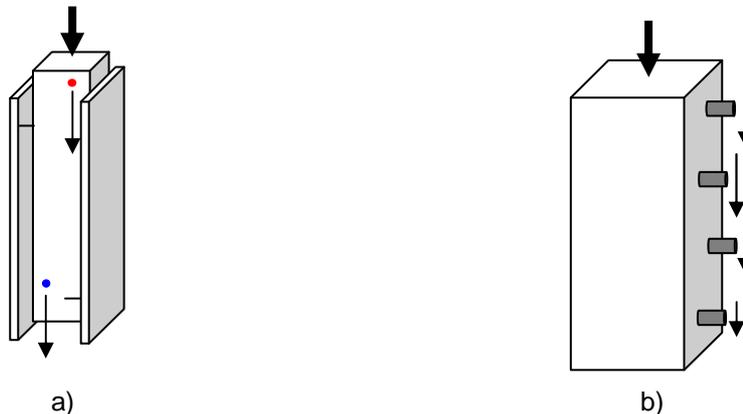


Fig. 8: Schema del provino di carico

B) 01_2_acc

Nella Fig. 9 è riportato il diagramma caratteristico F – u rilevato durante la seconda prova condotta sul campione LE.AC.1.

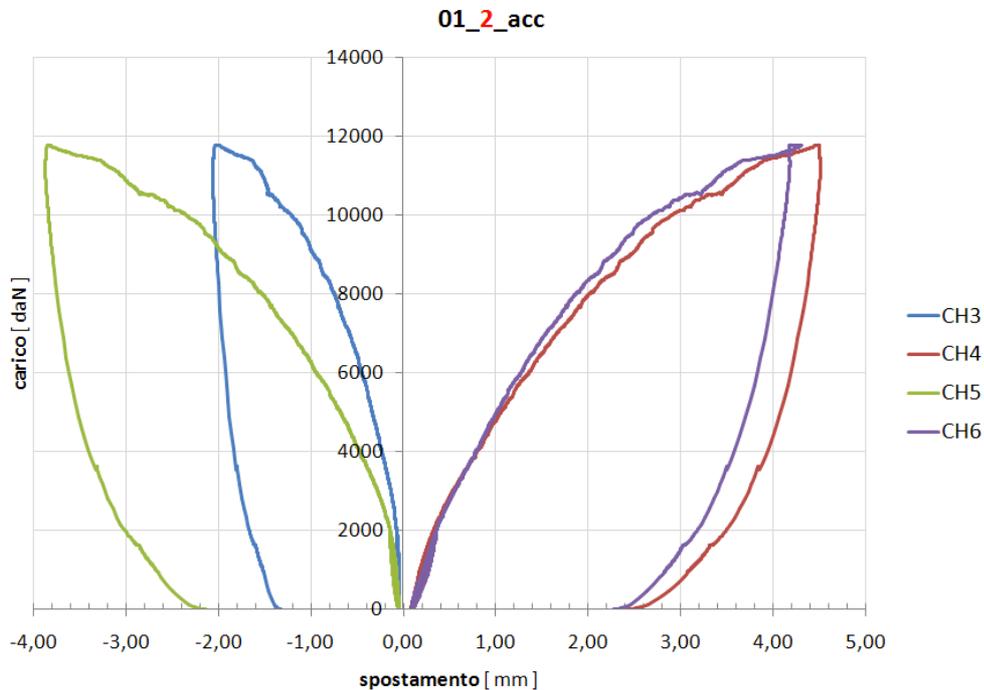


Fig. 9: Dati sperimentali – Curva Carico-scorrimento prova 01_2_acc provino LE.AC.1

Il primo ciclo di carico si è arrestato a circa 2'000 daN, si è proceduto allo scarico e successivo ricarico fino a 12'000 daN. Si possono fare le seguenti considerazioni:

- 1) Il primo ciclo, per assestamento del campione, è stato eseguito per eliminare l'eventuale attrito causato dalla presenza del tavolato ligneo. Tale gap, che solitamente è presente negli interventi di consolidamento dei solai in legno è stato inserito appositamente nel campione in modo da riprodurre fedelmente le condizioni di esercizio a cui è sottoposto usualmente nella pratica il connettore. Infatti per motivi legati alla praticità di posa dei connettori, tale assito è preferibile che sia continuo anche se la sua presenza modifica il comportamento statico della connessione. Nel seguito si farà riferimento agli studi condotti dai professori Giancarlo Turrini e Maurizio Piazza e specificatamente a tre articoli , pubblicati sulla rivista RECUPERARE ANNO 1983, i quali trattano nel dettaglio una tecnica di recupero statico dei solai in legno. La tecnica descritta prevede l'uso di connettori costituiti da un tondo di acciaio (di tipo ad aderenza migliorata per cemento armato), inserito in fori precedentemente praticati nella struttura legnea, e collegato alla stessa a mezzo di collante semifluido a base di resina epossidica. Questi connettori, spiega l'articolo, potranno presentare una certa varietà di comportamento statico in relazione alle diverse modalità di esecuzione dell'intervento. Si distinguono così tre diverse tipologie di comportamento:
 - a taglio (soletta di calcestruzzo a diretto contatto con la trave lignea);
 - a taglio e flessione (soletta di calcestruzzo connessa alla trave lignea ed assito continuo);
 - assiale (connettori disposti inclinati a 45° rispetto all'asse della trave).

Il connettore a secco Al-fer non impiega resine epossidiche ed il suo comportamento, in analogia con il sistema Turrini, è prossimo a quello di connettori a taglio e flessione.

- 2) Anche in questa prova, sino a valori di carico pari a 2000 daN, il comportamento del sistema risulta abbastanza lineare. Successivamente le curve denotano un carattere di tipo non lineare;
- 3) Lo scorrimento massimo registrato è di 4,156 mm per un valore di carico pari a 11'776 daN.

C) 01_rottura_acc

Tale prova si è eseguita rapidamente e non si riportano i corrispondenti diagrammi in quanto risultano fortemente influenzati dal cedimento di alcuni connettori, Fig.10 (a), e da parti della soletta in calcestruzzo a contatto con il tavolato ,Fig.10b). Si dirà solamente, come riportato dal rapporto di prova, che il valore ultimo del carico applicato al sistema è stato di 18'898 daN con valori di scorrimento di circa 25 mm , Fig. 10 (c), valore confrontabile con lo scostamento iniziale fra trave in legno e banco di prova pari a 30 mm.

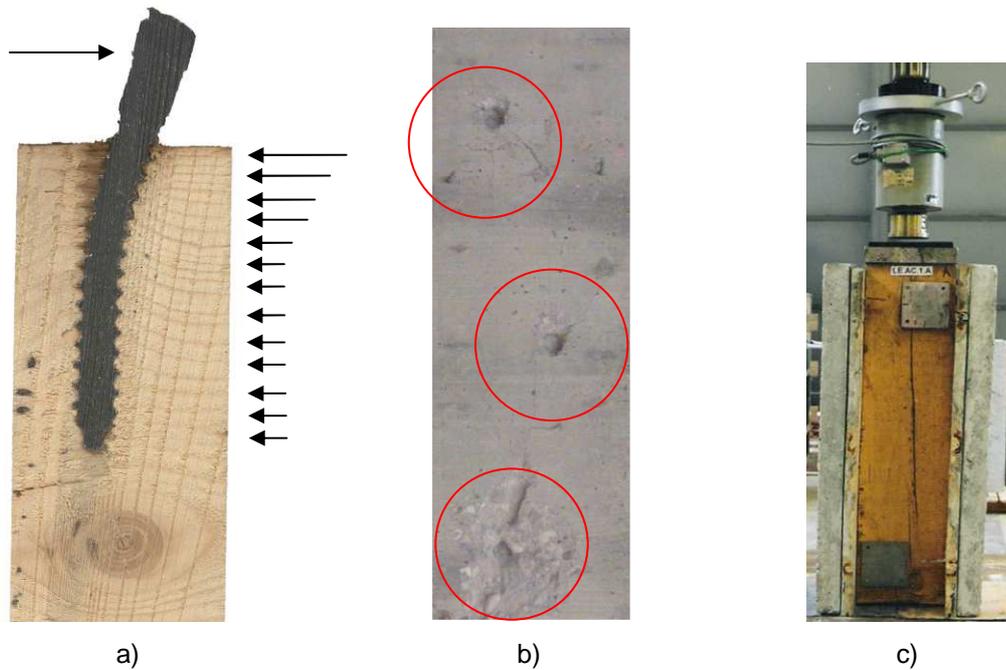


Fig.10: Immagini al termine della prova sul provino LE.AC.1

Si riporta di seguito una tabella comprensiva dei valori numerici rilevati.

LE.AC. 1							
Campione	prova	fase	carico CH2 daN	scorrimento			
				CH3 mm	CH4 mm	CH5 mm	CH6 mm
LE.AC.1	01_01_acc	1° carico	2004	-0,056	0,326	-0,135	0,351
	01_02_acc	1° carico	2004	-0,066	0,331	-0,141	0,361
		2° carico	2002	-0,070	0,333	-0,141	0,363
			4001	-0,229	0,796	-0,465	0,786
	01_rottura_acc	1° carico	11776	-1,990	4,469	-3,825	4,306
			1988	-2,291	-2,235	-4,414	-25,114
			4015	-2,291	-2,234	-4,415	-25,114
11790			-2,293	-2,234	-4,42	-25,115	
18998	-2,293	-2,234	-4,459	-25,115			

Tab.3: Valori numerici per carichi e scorrimenti caratteristici sul provino LE.AC.1

Conclusioni sul provino LE.AC.1:

- 1) Con tale provino si è testato il dominio di valori, rispettivamente del carico e degli scorrimenti, ammissibili per il sistema connesso oggetto di studio;
- 2) La prima prova, con valore massimo del carico di 2000 daN, circa 2500 N su ciascun connettore, è utile per indagare il comportamento istantaneo dei connettori o meglio per valutazioni sulla rigidità di servizio impiegata per le verifiche agli stati limite di esercizio. Ampio spazio a tale tema verrà dato nel seguito;
- 3) La seconda prova, con valore massimo del carico di 12000 daN, cui corrispondono circa 15000 N su ciascun connettore è utile per lo studio del comportamento finale del sistema ove i materiali raggiungono plasticizzazioni importanti. Si potranno ottenere valori della rigidità ultima, utile al fine delle verifiche allo stato limite ultimo;
- 4) Per entrambe le prime due prove si sono valutate l'incidenza di cicli di carico e scarico, così come accade nella realtà. Infatti i solai, indipendentemente dal materiale con cui vengono realizzati, possono essere soggetti a variazione della configurazione dei pesi su di essi gravanti durante la loro vita utile;

Per concludere durante tutte le prove ed in particolare da quella a rottura, grazie anche alla effettiva distruzione di parti del provino, Fig 10 (b), si è potuto indagare circa gli aspetti cruciali riguardanti il fenomeno. Con riferimento agli studi condotti dagli autori Turrini e Piazza, si possono così riassumere i principali fattori da cui dipendono i parametri di rigidità e di resistenza della connessione tramite connettore a secco Al-fer s.r.l:

- Diametro, lunghezza di infissione nei materiali connessi e caratteristiche meccaniche del connettore;
- rifollamento dei materiali connessi (soletta in calcestruzzo e trave lignea);
- presenza di un assito (comportamento a taglio e flessione).

2.4.4 LE.AC.2

Questo campione si differenzia dal primo e per le modalità di esecuzione della prova, Fig. 11 (a), e per la diversa configurazione dei trasduttori, Fig. 11 (b). Questi sono stati posizionati tutti e 4 solidali alla trave in legno e le misurazioni sono dovute all'accorciamento dell'asticella di ciascun trasduttore.

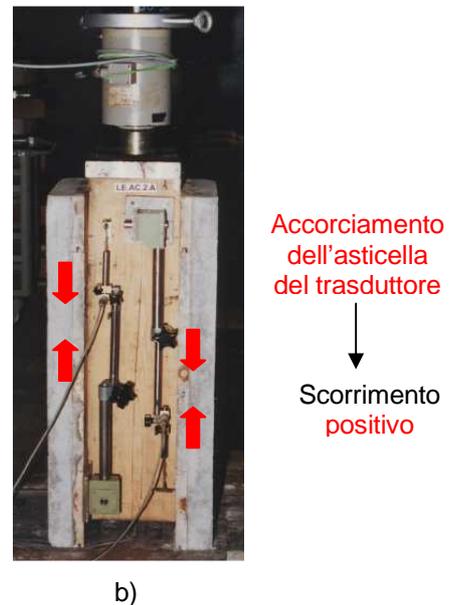
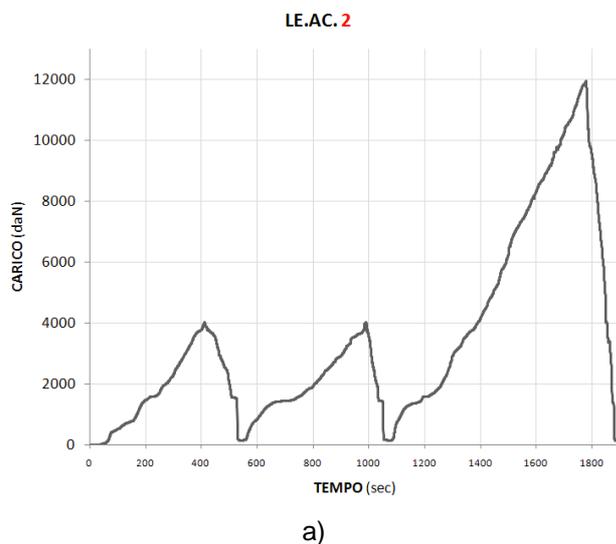


Fig. 11: Modalità e schema di prova campione LE.AC.2

Per quanto riguarda le modalità di prova, i cicli di carico effettuati sull'unica prova che ha riguardato tale provino sono stati:

- 1° CICLO da zero a 4000 daN e scarico;
- 2° CICLO da zero a 4000 daN e scarico;
- 3° CICLO da zero a 12000 daN e scarico.

Si tratta, dal punto di vista di chi scrive, di una prova che ha voluto indagare la relazione tra i parametri di resistenza e rigidità della connessione e ripetuti cicli di carico-scarico, Fig.11 (a). Conviene a tal proposito introdurre le curve F-u che bene mostrano il comportamento della connessione sollecitata nella maniera pocanzi espressa.

In virtù della particolare configurazione della attrezzatura di rilievo, i grafici si presentano tutti e 4 nel semispazio positivo diversamente da quanto accadeva per il campione LE.AC.1 in cui 2 canali rilevavano allungamenti e gli altri 2 accorciamenti. Per questo secondo provino si è rilevato dunque l'accorciamento rispetto a due connettori, l'uno prossimo alla cella di carico e l'altro prossimo al banco inferiore, per 2 punti di ciascuna faccia del provino, Fig.11 (b). Si può quindi valutare lo scorrimento del sistema in corrispondenza dei 2 connettori, in testa al trave, più sollecitati.

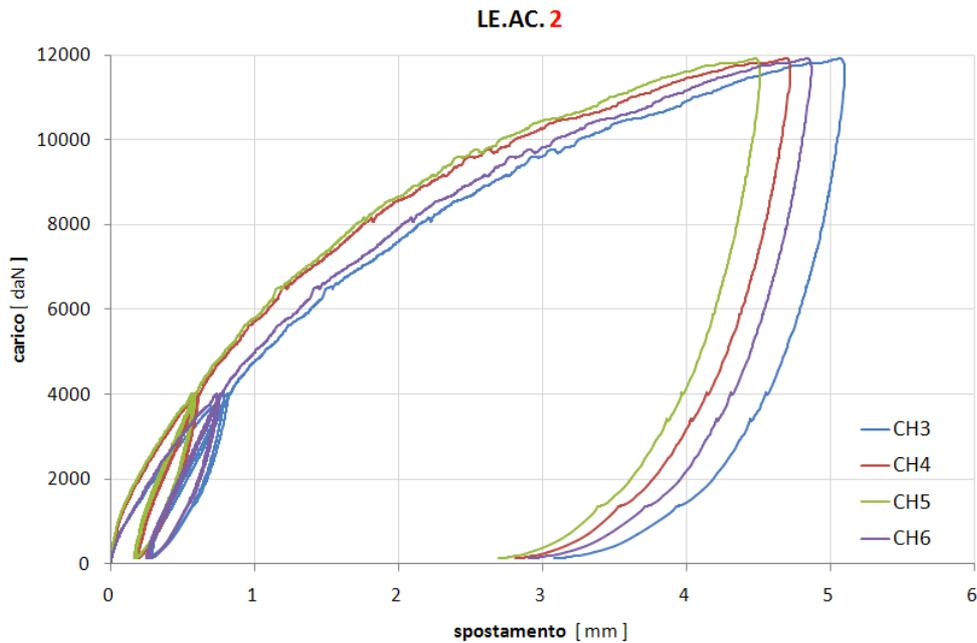


Fig. 12: Grafico carico-scorrimento del provino LE.AC.2

LE.AC. 2							
Campione	prova	fase	carico CH2 daN	scorrimento			
				CH3 mm	CH4 mm	CH5 mm	CH6 mm
LE.AC.2	02_01_acc	1° carico	1999	0,301	0,199	0,184	0,283
			3992	0,773	0,579	0,559	0,726
		2° carico	1999	0,504	0,344	0,323	0,474
			4000	0,811	0,606	0,581	0,759
		3° carico	1999	0,530	0,363	0,339	0,494
			3992	0,824	0,614	0,586	0,768
		11930	5,075	4,700	4,486	4,846	

Tab. 4: Valori numerici per carichi e scorrimenti caratteristici sul provino LE.AC.2

Una prima considerazione potrà farsi in merito alla curva F-u, Fig. 12, si nota come ci sia buona corrispondenza tra la coppia di curve dei canali CH4 e CH5 e la coppia CH3 e CH6. Fatto questo che lascia pensare all'appartenenza dei trasduttori 4/5 ad una faccia, ed ai trasduttori 3/6 alla seconda faccia del medesimo campione.

Appare lecito, dopo un'analisi dei primi due campioni esaminati (LE.AC.1/2), inquadrare la connessione del sistema composto legno calcestruzzo con connettori a secco Al-fer s.r.l nell'ottica di un legame costitutivo elastico non lineare. I parametri di rigidezza/cedevolezza sono funzione del livello tensionale e/o deformativo raggiunto. Nella logica di introdurre un legame costitutivo per la connessione appare evidente come il modello bilineare, Fig. 13 (a), sembra bene rappresentare il comportamento semplificato dei campioni testati, Fig.13 (b).

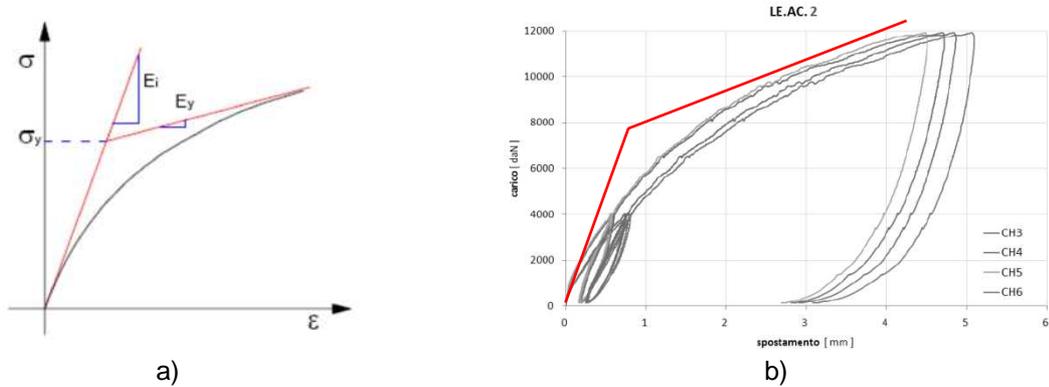


Fig. 13: Legame costitutivo

A supporto di quanto affermato è introducibile, per il sistema connesso, un primo intervallo con modulo elastico tangenziale iniziale E_i ed un secondo intervallo con modulo plastico E_y . Le prove, però, sono in grado di fornire ulteriori informazioni soprattutto con riferimento al fenomeno dell' elasto-plasticità. Si vuole ora soffermarsi su tale aspetto e per farlo sarà utile introdurre delle curve riferite a valori di scorrimento ottenuti dalla media dei 4 trasduttori di spostamento. Si è scelto il provino LE.AC.2, in quanto questo rappresenta l'andamento dello scorrimento in testa alla trave di legno ove i connettori sono soggetti a valori di forza e scorrimento maggiore. La Fig. 14 (a), mostra la curva forza scorrimento sperimentale ottenuta come media dei 4 trasduttori per il primo ciclo di carico fino a 4000 daN e successivo scarico sino a zero. Arrivati ad un certo livello del carico, se questo viene tolto dal provino si osserva che solamente una parte della deformazione può essere recuperata (contributo elastico), mentre la restante parte rimane come deformazione residua (contributo plastico). Si fa notare come la quota di deformazione residua rappresenti un 30% della deformazione massima raggiunta con il primo ciclo ed il rimanete 70% competi alla deformazione completamente reversibile.

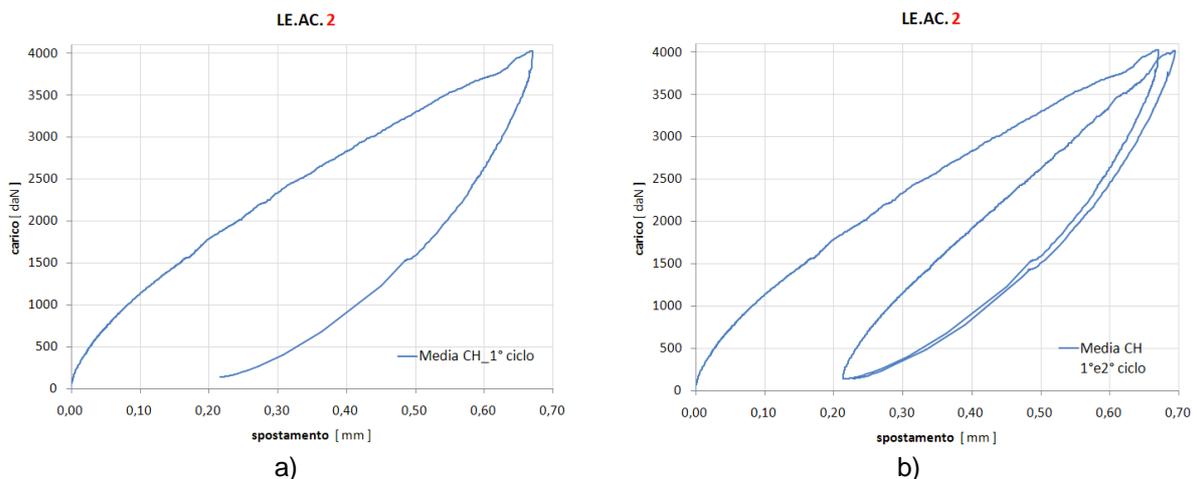


Fig. 14: Curva F-u per 1° e 2° ciclo di carico e scarico prova LE.AC.2, media dei canali.

Se al primo ciclo si fa seguire un secondo ciclo identico, Fig. 14 (b), si nota come il provino tenda progressivamente alla curva di primo ciclo di carico. Giunti per la seconda volta al valore di 4000 daN, la curva di scarico ricalca fedelmente quella di primo scarico. Tale aspetto denota un comportamento marcatamente elastico su cui può contare la connessione. La prova di quest'ultima affermazione potrà aversi osservando l'andamento dello scorrimento medio dell'intera prova schematizzato in Fig. 15.

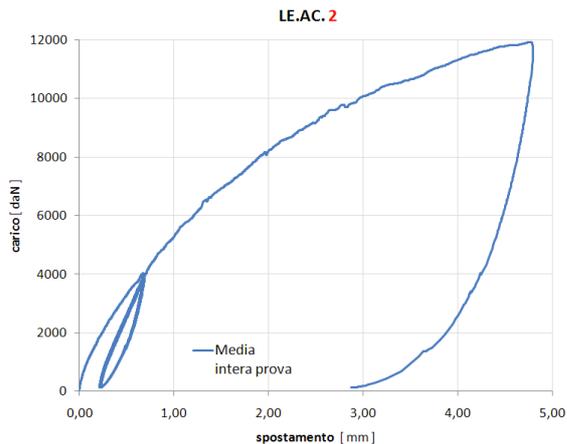


Fig. 15: Curva F-u dell'intera prova, valori medi.

LE.AC. 2				
Campione	prova	fase	carico CH2 daN	scorrimento media mm
LE.AC.2	02_01_acc	1° carico	1999	0,242
			3992	0,659
		2° carico	1999	0,411
			4000	0,689
		3° carico	1999	0,432
			3992	0,698
			11930	4,777

Tab. 4*: Valori numerici medi dell'intera prova.

la curva carico-scorrimento del terzo ciclo ripercorre le orme del secondo carico e prosegue per successivi incrementi di forza con andamento non lineare fino alla fine della prova. In tab. 4* è possibile osservare i valori numerici caratteristici per questo campione con riferimento sempre al valor medio dello scorrimento. Si noti come lo scorrimento medio al termine del secondo ciclo (0,689 mm), differisca solo di un 4% rispetto a quello registrato al termine del 1° ciclo (0,659 mm) e di appena l'1% rispetto al termine del 3° ciclo (0,698 mm). Queste considerazioni confermano l'ipotesi di comportamento elasto-plastico assunto inizialmente.

2.4.5 LE.AC.3

Per il terzo ed ultimo campione è stata prevista una prova analoga a quella del campione 2, che differisce da questa ultima per la ridotta velocità di applicazione del carico con cui è stata condotta. In fig. 16 (a) si riporta la curva carico tempo relativa al provino 3, mentre in fig. 16 (b) si può osservare il confronto fra i tre provini. Quest'ultima immagine conferma l'ipotesi iniziale di aver assunto il provino 1 come test per i successivi 2 campioni. A discrezione di chi legge quest'ultima prova vuole indagare gli effetti di una minore velocità di carico sul sistema.

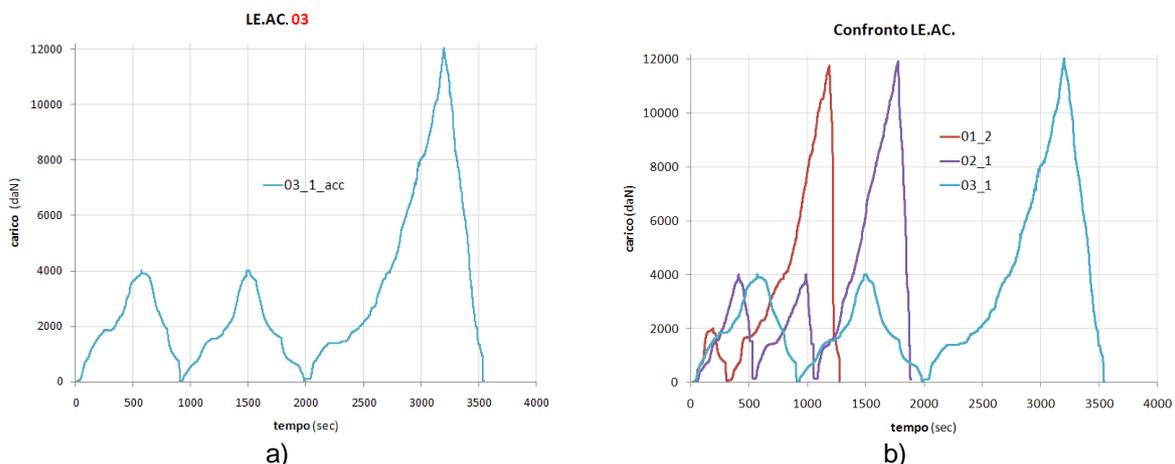


Fig. 16: a) a destra la modalità di prova del campione LE.AC.3. A sinistra il confronto con gli altri 2 provini.

Anche in questa prova i trasduttori misurano degli accorciamenti delle astine e pertanto si sono ottenute 4 curve con valori di spostamento tutti positivi. Come è possibile notare dalle curve F- u (Fig. 17), e dai dati numerici della Tab. 5, il canale 4 ha un andamento insolito, non riconducibile a comportamenti tipici mostrati in tutte le prove presentate sino ad ora. La ragione di questo spostamento eccessivo potrebbe essere attribuibile a qualche errore incorso durante la prova, forse a causa di un disallineamento che ha portato fuori asse l'asticella del trasduttore. Seppur strano, non è da escludere un potenziale cedimento di qualche connettore che possa aver causato uno scorrimento maggiore del sistema. Questo fatto è però poco plausibile in virtù della lentezza con cui si è svolta la prova.

Per poter comparare i dati ed operare un confronto tra prove analoghe si presentano in tab. 5 i valori numerici caratteristici risultati dal 3° provino in cui la media fa riferimento a tre canali ad esclusione del canale 4.

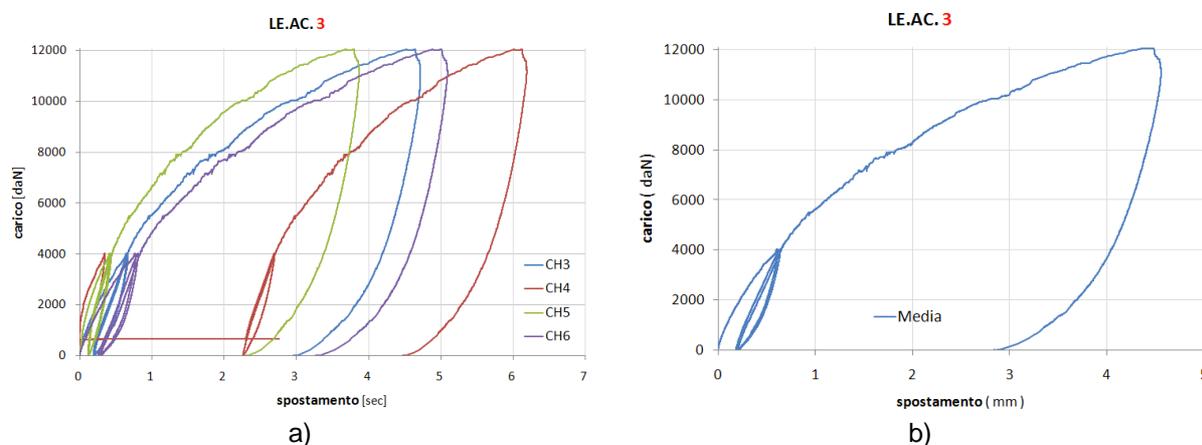


Fig. 17: Curva F-u per la prova LE.AC.3, media dei canali.

LE.AC. 3								
Campione	prova	fase	carico CH2 daN	scorrimento				
				CH3 mm	CH4 mm	CH5 mm	CH6 mm	media mm
LE.AC.3	03_01_acc	1° carico	1999	0,243	0,051	0,128	0,301	0,224
			4007	0,64	0,34	0,406	0,756	0,601
		2° carico	1999	0,404	2,439	0,219	0,534	0,386
			4000	0,656	2,689	0,429	0,795	0,627
		3° carico	1999	0,426	2,46	0,236	0,584	0,415
			3998 11935	0,666 4,384	2,706 5,888	0,448 3,555	0,835 4,743	0,650 4,227

Tab. 5: Valori numerici della prova LE.CA.3.

Il comportamento del provino 3 non introduce novità a proposito del comportamento meccanico dimostrato dalla connessione in tutte le prove, una volta dato per assodato che il canale 4 è frutto di un anomalo risultato riconducibile a ragioni di altra natura. Il comportamento è elastico lineare entro certi valori di forza per poi assumere carattere elastico non lineare fino al valore convenzionale di forza massimo raggiunto nelle prove.

2.4.6 Conclusioni

Si sono studiati tre campioni sottoposti a diverse prove condotte in controllo di forza. Ciascuna prova è servita per indagare gli aspetti principali da cui dipende il fenomeno. Si è capito, grazie all'osservazione dell'andamento degli scorrimenti al variare del carico, che la connessione ha carattere elastico non lineare ed è presumibilmente schematizzabile a mezzo di un modello bilineare con incrudimento assumendo due valori differenti di rigidità.

Le prove eseguite mettono in luce gli aspetti critici del comportamento dei materiali in gioco ma risultano di scarsa utilità nel momento in cui si desidera indagare più a fondo. Infatti molto si è detto circa la risposta dei provini ai carichi applicati e corrispondenti scorrimenti ma non si è ancora parlato dello stato tensionale e deformativo. Lo stato tensionale che si genera nei materiali, per valori di forza e scorrimento qualsiasi, è quantificabile a mezzo della scienza delle costruzioni per vie che contemplano semplici relazioni di equilibrio. Altre fonti sono rappresentate da formulazioni provenienti da normative le quali trattano la connessione mista legno calcestruzzo a mezzo di connettori metallici tramite le esperienze condotte da vari autori come ad esempio il professor Turrini (Università di Padova) e Piazza (Università di Trento), il professor Gelfi (università di Brescia) e molti altri in suolo italiano. Primo fra tutti fu però Johansen che nel 1949 propose un approccio per la capacità portante della connessione con connettori a gambo cilindrico (*european yield model*) ricavata da semplici considerazioni sull'equilibrio allo stato limite, con l'ipotesi di un

comportamento rigido-plastico per entrambi i materiali. Tale approccio, fu successivamente perfezionato da diversi ricercatori (Möller, 1950; Aune, 1966; Larsen, 1977) , è oggi alla base del calcolo della resistenza dei collegamenti di diverse normative tecniche sia nazionali che internazionali (DIN 1052:2004, EN 1995:2004, documento Nicole).

Le evidenze sperimentali hanno mostrato che alcuni dei meccanismi di rottura, che si verificano in una connessione lignea con connettori a gambo cilindrico, sono associati a fenomeni di rifollamento di una delle due parti lignee connesse e di snervamento (a flessione) del gambo del connettore metallico, con formazione di una o più cerniere plastiche. Questi concetti verranno ripresi nel seguito con riferimento all'introduzione di modelli numerici agli elementi finiti, con cui è possibile indagare circa gli aspetti tensionali e deformativi della connessione non disponibili dalle prove sperimentali.

3 Rigidezza della connessione

3.1 Premessa

Nel capitolo 2 si sono descritte le prove di push-out condotte in passato, sul sistema connesso legno calcestruzzo a mezzo di connettori a secco Al-fer, e si sono ampiamente discussi i dati in uscita da tali prove. Con la logica di capire quanto accade nei materiali con riferimento soprattutto alle tensioni, si è predisposto un modello agli elementi finiti utilizzando il programma straus 7. L'introduzione dei modelli numerici, è una opportunità sia per quanto riguarda l'approfondimento di meccanismi locali non indagabili a mezzo dei dati disponibili dalle prove sperimentali, sia per testare configurazioni diverse di connessioni che nella realtà risultano onerose in termini di risorse temporali ed economiche.

Nasce ora l'esigenza di riferirsi a determinate curve di carico spostamento delle prove sperimentali per poter operare dei confronti con i risultati numerici.

3.2 Provini di riferimento

Nell'ambito di questo capitolo è significativo riferirsi a valori medi di scorrimento dei provini 2 e 3 poiché le prove condotte sono molto simili tra loro ed i risultati sufficientemente comparabili. La bontà di quanto sostenuto è riscontrabile dalla Fig. 18 in cui i valori medi dei 4 trasduttori delle due prove paragonate, LE.AC. 2/3, sono tutto sommato in buona sintonia.

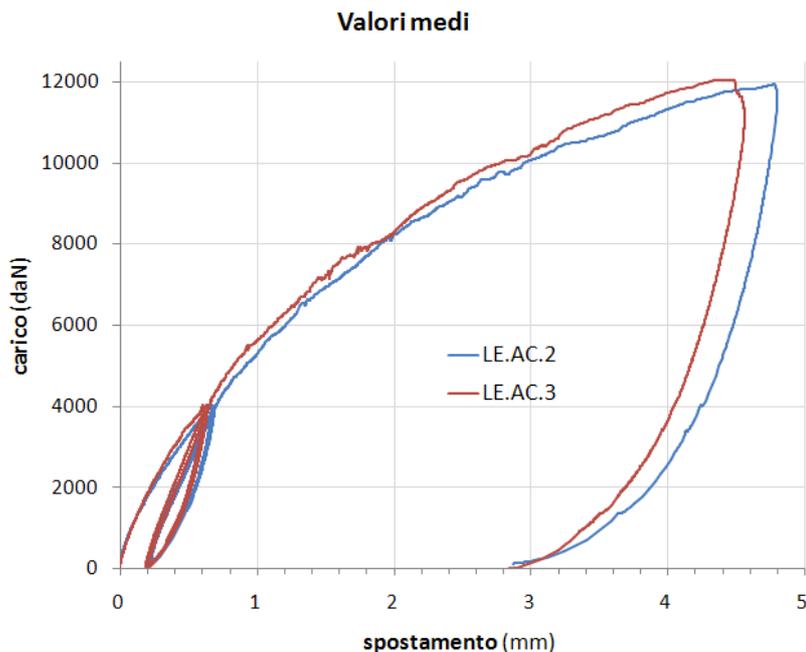


Fig. 18: Valori numerici medi delle prove LE.CA.2/3, (8 connettori).

Prima di analizzare i modelli numerici occorre introdurre i modelli analitici disponibili in letteratura, già anticipati nei paragrafi precedenti. Questo fatto diviene indispensabile sia per poter impostare correttamente la modellazione FEM sia per operare confronti con esperienze analoghe.

3.3 Modelli analitici per il calcolo della rigidezza e della capacità portante

3.3.1 Connettori a piolo solidarizzati al legno con resina epossidica

Tale tecnica si deve ai nomi dei professori Turrini G. e Piazza M. ed è tratta dagli articoli 5,6,7, della rivista *Recuperare* (Milano, 1983). La tecnica consiste essenzialmente nel far collaborare staticamente con le esistenti travi in legno una soletta di calcestruzzo, con l'ausilio di connettori a piolo solidarizzati al legno con resina epossidica. In base alle risultanze delle prove effettuate, gli autori hanno proposto leggi di comportamento in grado di rappresentare il comportamento stesso del collegamento fino a stati di rottura convenzionale. Si riportano di seguito alcune frasi tratte dagli articoli ritenute di fondamentale importanza.

La conoscenza del comportamento statico della connessione è evidentemente essenziale al fine dell'analisi del comportamento globale della struttura mista legno calcestruzzo. In particolare assumono fondamentale importanza la *rigidezza* e la *resistenza ultima* della connessione. La rigidezza K viene definita come rapporto tra l'intensità della forza mutua F (parallela all'asse della trave) trasmessa attraverso la connessione e lo spostamento relativo u (in direzione dell'asse) dei due punti connessi; per resistenza ultima della connessione si intende il valore massimo F_u di rottura convenzionale, attribuibile alla forza F stessa. I parametri di rigidezza e di resistenza della connessione sono in relazione diretta con il comportamento del singolo tondo di acciaio ancorato nella trave in legno nei suoi due funzionamenti tipici cosiddetti a taglio e assiale.

Con l'obiettivo di comparare il comportamento della connessione, con connettori Al-fer e quella con i pioli resinati, si farà riferimento al primo funzionamento ovvero a taglio. Negli articoli, gli autori riportano due tipi di funzionamento principali:

- 1) Connettore a taglio;
- 2) Connettore a taglio e Flessione.

Dai risultati delle esperienze sui pioli resinati, si è constatato come il comportamento del piolo sollecitato a taglio non dipenda praticamente dal diametro del foro d_f , e come la lunghezza di ancoraggio l assuma importanza significativa solo per valori inferiori a 8 volte il diametro del piolo d_a ; a questo proposito, potendosi fissare come limite minimo pratico $l \geq 10 d_a$, si potrà considerare il comportamento del piolo a taglio indipendente dalla lunghezza di ancoraggio.

Si è proposto come valore ultimo di resistenza convenzionale il valore T_u della Forza F – cui corrisponde uno spostamento di circa 1 mm (inizio dei grandi spostamenti) – e come valore costante della rigidezza (in campo lineare) il valore secante W corrispondente ad un valore della forza pari al 90-95% del valore T_u . Si possono allora fornire per le due grandezze considerate le seguenti espressioni sperimentali nelle quali i fattori numerici sono sempre da intendersi relativi a forze espresse in newton e lunghezze in mm:

$$W = 0,08 E d_a \quad (1)$$

$$T_u = 0,086 E d_a \quad (2)$$

I parametri caratteristici della connessione a taglio, precedentemente definiti, coincidono con i parametri individuati per il piolo, potendosi porre:

$$K = F/u = W = 0,08 E d_a \quad (3)$$

$$F_u = T_u = 0,086 E d_a \quad (4)$$

Per quanto riguarda il comportamento dei connettori a taglio e flessione, questi si possono ricondurre a quelli di pioli a taglio, introducendo un modello analitico che ponga uguaglianza formale tra l'espressione (3) e l'analoga valida per la sezione di estremità di una *trave lunga in mezzo elastico*. In questo caso la trave è costituita dal piolo di acciaio e l'ipotetico mezzo elastico è costituito dal legno. La proposta di adozione dei coefficienti di trave cosiddetta *lunga* deriva dalla constatazione della indifferenza di comportamento rispetto alla lunghezza del piolo. Indicando con E_a il modulo di elasticità lineare dell'acciaio e con J_a il momento d'inerzia della sezione del piolo ed esprimendo il parametro di reazione dell'ipotetico mezzo elastico relativo alla larghezza d_a nella forma E/m (m numero puro), si ottiene immediatamente l'espressione della rigidezza W fornita dal modello analitico:

$$W = E m^{-1} / \alpha \quad (5)$$

$$\alpha = [E / (4m E_a J_a)]^{1/4}$$

$$J_a = \pi d_a^4 / 64$$

Ponendo ora uguaglianza formale tra i secondi membri della (3) e delle (5) si ottiene:

$$m = 16,86 (E_a/E)^{1/3}$$

$$\alpha = 0,7513 d_a^{-1} (E_a/E)^{1/3}$$

risultando così definiti i parametri caratteristici del modello analitico introdotto.

Si fornisce l'espressione finale della rigidezza K della connessione a flessione e taglio:

$$K = q W \tag{6}$$

$$q = 3 [(\alpha h_o - 1)^3 + 4]^{-1}$$

dove W è la solita rigidezza a taglio del piolo fornita dalla (3) o dalla (5) e q rappresenta un fattore di riduzione di espressione ed h_o è l'altezza del tavolato intermedio.

Per quanto riguarda il valore della resistenza ultima convenzionale, considerato che esso viene commisurato ad un valore di spostamento, potrà ancora porsi:

$$F_u = q T_u \tag{7}$$

dove T_u è dato dalla (2).

Dalle esperienze dei professori Piazza M. e Turrini G., si sono ottenuti dei modelli analitici di pioli infissi nel legno con resina, questi possono essere confrontati in termini sia di rigidezza che di resistenza ultima con quelli ottenuti dalle prove sul sistema con connettori a secco Al-fer s.r.l. Il modello analitico pocanzi introdotto si riferisce però al comportamento di un unico tondo di acciaio mentre nelle prove sperimentali condotte sul connettore Al-fer i provini sono costituiti da 8 connettori. Il confronto è quindi possibile purchè si riesca a ricondurre le prove sperimentali Al-fer ad un singolo connettore. Questo fatto è accettabile se ci si riferisce ai provini 2 e 3 in cui i trasduttori di spostamento, come detto nel paragrafo 2.4.3, rilevano lo scorrimento dei connettori in testa al trave. Si fa notare come tale assunzione sia di gran lunga cautelativa e possa dar luogo a valori di rigidezza a favore di sicurezza.

Si presentano di seguito le curve forze spostamenti, Fig. 19, del singolo connettore a secco Al-fer s.r.l. Queste si sono ottenute considerando i provini 2 e 3 e riferendoci a valori di scorrimento medi e dividendo, per semplicità e rispetto delle ipotesi di equilibrio, per 8 il carico applicato alla struttura.

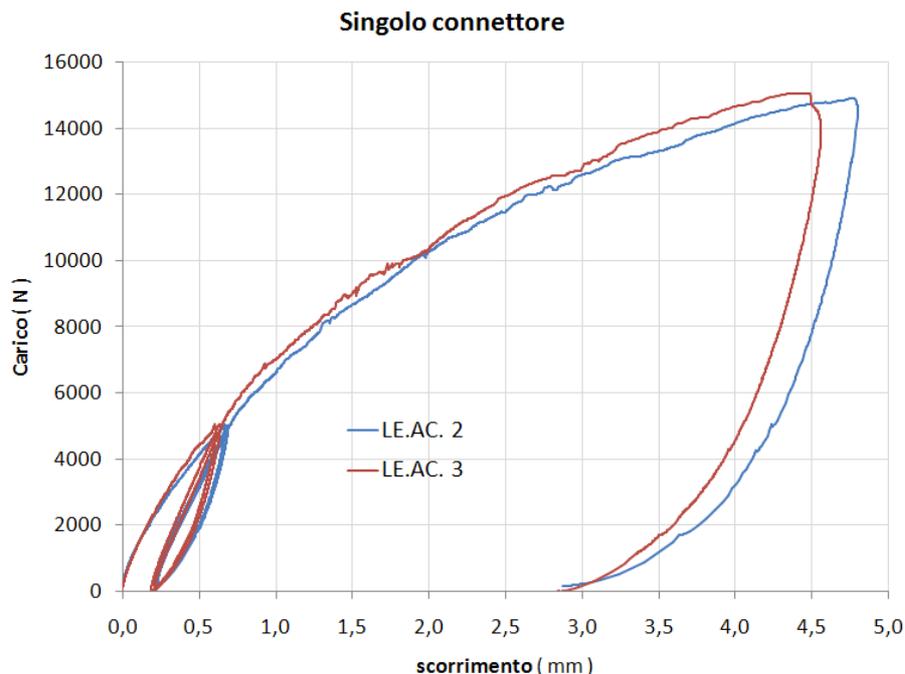


Fig. 19: Valori numerici medi delle prove LE.CA.2/3 su singolo connettore.

Il modello analitico del piolo resinato, richiede la definizione di parametri che riguardano esclusivamente il legno ed il piolo. Questi, come già detto, sono costituiti da barre di acciaio ad aderenza migliorata e si potrà assumere un valore del modulo elastico pari a 200000 Mpa.

Per il legno si può assumere ragionevolmente una terza categoria (C18) ed un valore del modulo elastico parallelo alle fibre pari a 8000 Mpa, valore giustificato dalla presenza di evidenti fessure lungo le travi, Fig. 10 (c). Se si assumono le precedenti ipotesi, a mezzo del modello analitico introdotto, si è in grado di effettuare un confronto tra un piolo resinato diametro 16 mm ed il comportamento mostrato dalle prove sperimentali sul connettore a secco Al-fer.

- Ipotesi assunte:

Modulo elastico del legno	$E = 8000$	Mpa
Modulo elastico del piolo	$E_a = 200000$	Mpa
Diametro del piolo	$d_a = 16$	mm
Altezza del tavolato	$h_o = 25$	mm

- Comportamento a taglio:

Rigidezza iniziale	$W = 10240$	Mpa
Resistenza ultima	$T_u = 11008$	Mpa

- Comportamento a taglio e flessione:

Rigidezza iniziale	$K = 8127$	Mpa
Resistenza ultima	$F_u = 8373$	Mpa

In Fig. 20 si riporta il confronto tra le curve sperimentali ed il modello analitico per un piolo resinato diametro 16 mm.

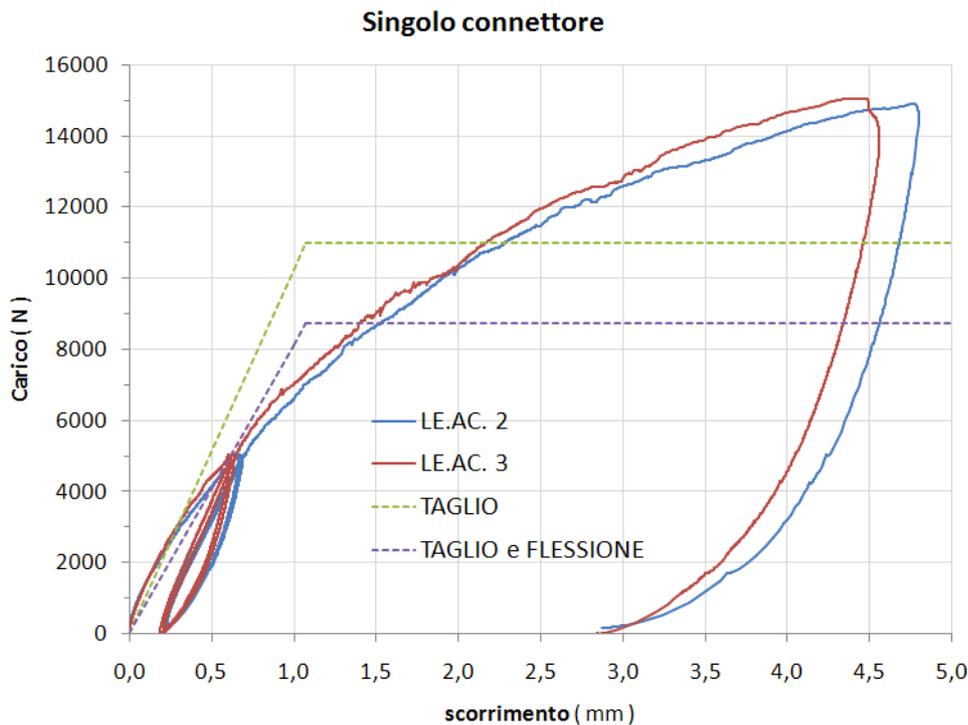


Fig. 20: Confronto tra le prove sperimentali ed il modello analitico di piolo resinato.

Si possono fare le seguenti osservazioni:

- 1) il connettore a secco Al-fer presenta una elevata rigidezza iniziale, e proprio a causa di questo risulta prossimo ad un piolo resinato diametro 16 mm con comportamento a taglio. Il modello a taglio e flessione risulta troppo cautelativo per bassi valori di carico, mentre la curva sperimentale tende a quella del piolo a taglio e flessione per valori della forza di circa 5000 N;
- 2) entrambi i modelli analitici risultano troppo cautelativi con riferimento ai valori di resistenza ultima, risultando inadeguati per un confronto con il connettore Al-fer;

Si può aggiungere una riflessione circa le cause che inducono ad una elevata rigidezza iniziale. Tale fatto, è probabilmente riconducibile ad un effetto di coazione che si instaura tra la trave in legno e l'assito intermedio, per il fatto che il connettore Al-fer è dotato di una battuta che in fase di montaggio comprime

l'assito al trave stesso. In Fig. 21 si può apprezzare quanto sostenuto. Il connettore, il cui corpo centrale è conico rovescio (in corrispondenza dell'estradosso del trave presenta un diametro 11,5 mm ed in punta di 12 mm), è in grado di funzionare come un tappo a pressione. Tale effetto, a nostro avviso, è in grado di generare un ritardo dello scorrimento generando così una elevata rigidezza tangente all'origine.

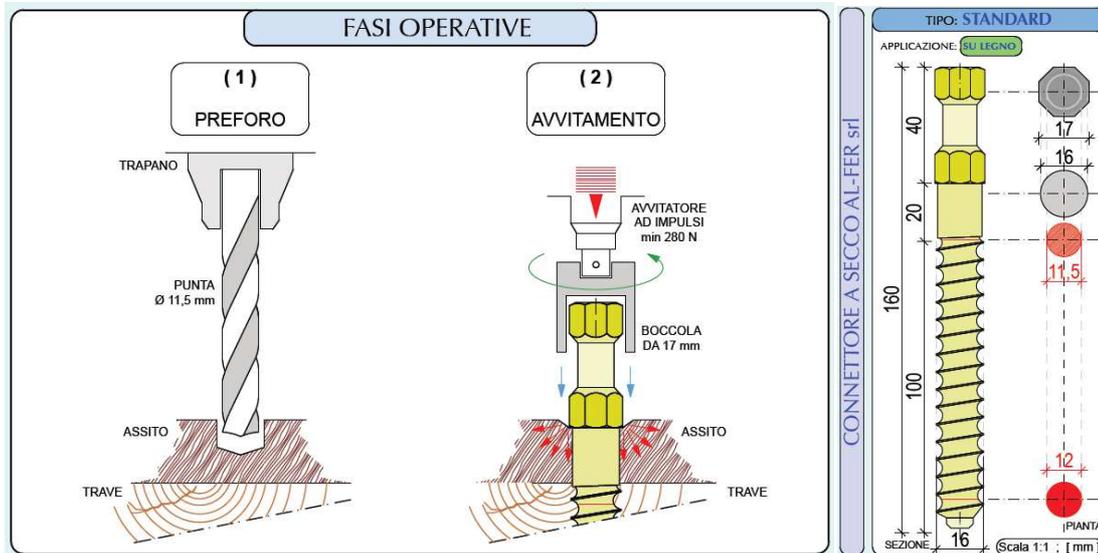


Fig. 21: Fissaggio del connettore a secco Al-fer s.r.l.

3.3.2 Connettori a secco entro fori calibrati

Questa seconda tecnica di connessione è stata studiata in modo approfondito dal professor Piero Gelfi, dell'università di Brescia. Come il metodo Turrini, il piolo è realizzato con una barra (ora liscia) di acciaio per cemento armato, ma si distingue da questo per il fatto che viene eliminata la resina. Il fissaggio del piolo nel trave in legno è ottenuto praticando un foro calibrato, inferiore di circa uno o due mm rispetto al diametro del connettore.

Lo studio condotto dal prof Gelfi e staff, riguarda la modellazione teorica della connessione tra lastra e trave realizzata con pioli a secco con assito interposto. L'approccio trae origine da uno studio teorico e sperimentale per i connettori a piolo delle sezioni miste in acciaio e calcestruzzo (Gelfi e Giuriani 1987), nel quale viene modellato il comportamento inizialmente elastico del connettore e il comportamento a rottura con formazione di cerniere plastiche nel gambo del connettore. I risultati della modellazione teorica sono confrontati con i risultati sperimentali ottenuti in Gelfi e Giuriani 1995 e Gelfi et al. 1995.

VALUTAZIONE TEORICA DELLA RIGIDEZZA DELLA CONNESSIONE

Il comportamento del piolo, Fig. 22 (a) è idealmente ricondotto a quello classico della trave su suolo elastico, Fig. 22 (b), sia nel tratto immerso nel calcestruzzo sia in quello infisso nel legno. Il tratto corrispondente all'assito interposto tra lastra e trave è considerato libero, in quanto l'assito non è vincolato rigidamente al travetto ed il piolo agisce in questo tratto entro un mezzo molto cedevole trattandosi di sollecitazioni perpendicolari alle fibre.

Per la rigidezza k_W del legno sono disponibili pochi risultati sperimentali. Secondo le prove, effettuate dagli autori, la rigidezza in campo elastico nella direzione parallela alle fibre, definita come rapporto tra la forza di interfaccia piolo-legno per unità di lunghezza del piolo e lo spostamento relativo ha, per la specie abete rosso, si può assumere un valore di circa 1300 Mpa e sembra non dipendere significativamente dal diametro del piolo.

La rigidezza del calcestruzzo k_C è stata studiata dettagliatamente (in Gelfi e Giuriani 1987), dove è stata proposta la relazione $k_C = E_C / b$ con $b = 2.5 + 3.3$ in funzione del rapporto tra il diametro e l'interasse dei pioli.

Il piolo viene assunto di lunghezza illimitata sia nel calcestruzzo che nel legno, Fig. 22 (c), in quanto la profondità delle zone perturbate, dove le deformazioni sono significative, è modesta e confrontabile con la lunghezza di progetto generalmente adottata per il piolo.

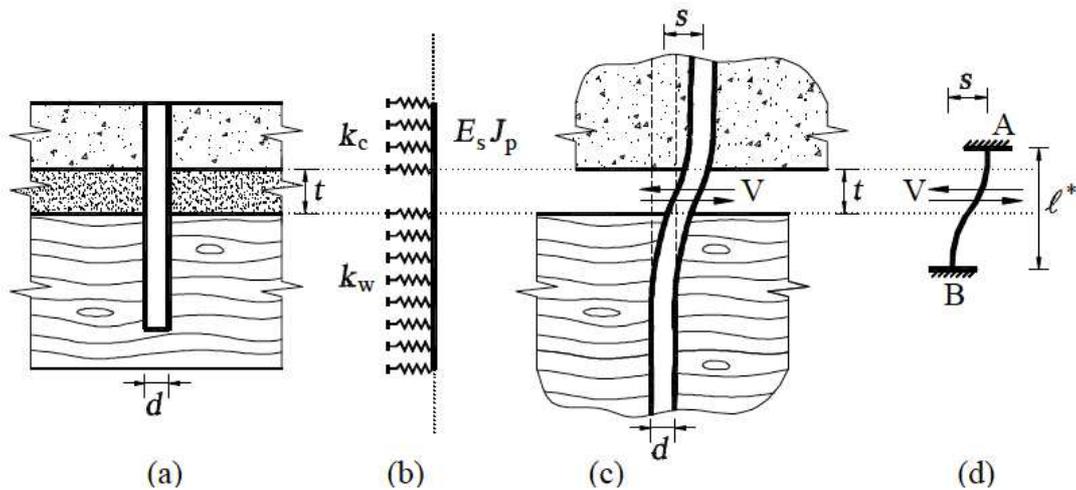


Fig. 22: Modello per il calcolo della rigidità della connessione

Ricorrendo alle soluzioni classiche della teoria della trave su suolo elastico, imponendo la continuità della deformata del piolo sotto l'effetto dello spostamento relativo s tra il calcestruzzo ed il legno, Fig. 22 (c), è possibile ricavare la rigidità K_P della connessione come rapporto tra l'azione tagliante V e lo spostamento s :

$$K_P = \frac{V}{s} = \frac{12 \cdot \alpha_c^3 \cdot \alpha_w^3 \cdot E_S \cdot J_P}{Z} \quad (8)$$

$$\alpha_c = \sqrt[4]{\frac{k_C}{4E_S J_P}} \quad \alpha_w = \sqrt[4]{\frac{k_W}{4E_S J_P}}$$

$$z = 3 \cdot (\alpha_c^2 + \alpha_w^2)(\alpha_c + \alpha_w) + 3 \cdot t \alpha_c \alpha_w (\alpha_c + \alpha_w)^2 + 3 \cdot t^2 \alpha_c^2 \alpha_w^2 (\alpha_c + \alpha_w) + t^3 \alpha_c^3 \alpha_w^3$$

essendo t lo spessore dell'assito interposto ed $E_S J_P$ la rigidità flessionale del piolo.

È possibile giungere ad una formulazione più semplice, che approssima bene la soluzione esatta, imponendo che la rigidità della connessione sia uguale a quella del piolo doppiamente incastrato di lunghezza ideale l^* , Fig. 22 (d):

$$K_P = \frac{V}{s} = \frac{12 \cdot E_S \cdot J_P}{l^{*3}} \quad (9)$$

$$l^* = \frac{\sqrt[3]{Z}}{\alpha_c \alpha_w} = f(k_C, k_W, t, d) \quad (9')$$

La funzione f può essere sviluppata in serie di Taylor nell'intorno dei valori di riferimento k_{C0}, k_{W0}, t_0, d_0 delle quattro variabili:

$$l^* = f(k_C, k_W, t, d) + \left(\frac{\partial f}{\partial k_C}\right)_0 \cdot (k_C - k_{C0}) + \left(\frac{\partial f}{\partial k_W}\right)_0 \cdot (k_W - k_{W0}) + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_0 \cdot (t - t_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial d}\right)_0 \cdot (d - d_0) + \dots$$

È possibile verificare che i termini dipendenti dalle derivate di ordine superiore al primo, dirette e miste, sono trascurabili e quindi arrestare la serie ai termini del primo ordine.

Assumendo per i valori di riferimento delle rigidità del calcestruzzo e del legno, dello spessore dell'assito interposto, e del diametro del piolo i valori più ricorrenti:

$$\begin{aligned} k_{C0} &= 10000 \text{ Mpa;} \\ k_{W0} &= 1300 \text{ N/mm}^2; \\ t_0 &= 25 \text{ mm;} \\ d_0 &= 16 \text{ mm} \end{aligned}$$

si ottiene:

$$l^* = 17,3 - 0,000572 \cdot k_C - 0,00894 \cdot k_W + 0,880 \cdot t + 4,34 \cdot d \quad (10)$$

con k_C e k_W espressi in Mpa, t e d in mm.

È possibile ottenere una ulteriore semplificazione considerando che sensibili variazioni di k_C comportano variazioni trascurabili di l^* . Pertanto, ponendo $k_C = 10000 \text{ N/mm}^2$, la (10) può essere riscritta nel seguente modo:

$$l^* = 11,6 - 0,00894 \cdot k_W + 0,880 \cdot t + 4,34 \cdot d \quad (11)$$

L'errore commesso nella valutazione di l^* con la (10) e la (11) è inferiore al 5% se i parametri variano entro gli intervalli di interesse pratico:

$$7000 < k_C < 14000 \text{ N/mm}^2 ; 900 < k_W < 1300 \text{ N/mm}^2 ; 12 < d < 20 \text{ mm} ; 0 < t < 50 \text{ mm}.$$

Tale imprecisione comporta un errore massimo del 14% nella valutazione della rigidezza K_p della connessione.

Si noti che l'espressione di K_p non può essere ricondotta direttamente ad una relazione linearmente dipendente dalle variabili k_C , k_W , d, t in quanto risulta fortemente influenzata dai termini contenenti le derivate miste e le derivate di ordine superiore delle variabili d e t.

Nel caso dei connettori di diametro $d = 16 \text{ mm}$ con assito interposto la retta teorica è praticamente coincidente col primo tratto delle curve sperimentali.

VALUTAZIONE TEORICA DELLA RESISTENZA ULTIMA DELLA CONNESSIONE

La lunghezza di infissione nel legno e nel calcestruzzo adottata nella pratica costruttiva è generalmente tale da consentire di raggiungere la massima resistenza del piolo che si manifesta quando si forma un meccanismo di collasso con due cerniere plastiche (Gelfi et al.1995 e Gelfi e Giuriani 1987). Nel presente lavoro, la valutazione teorica della resistenza della connessione si riferisce a questa situazione di piolo con lunghezza di infissione nel legno e nel calcestruzzo sufficiente per la formazione di un meccanismo di collasso con due cerniere plastiche, considerando anche la presenza dell'assito interposto di spessore t, Fig. 23.

La formulazione rappresenta un'estensione della teoria sviluppata per le connessioni acciaio-calcestruzzo (Gelfi e Giuriani 1987) e della teoria proposta da Johansen (1949), chiamata "European Yield Model", adottata dall'EC5, inerente le connessioni legno-legno e legno-piastre metalliche.

Si ritiene opportuno far riferimento al concetto di lunghezza efficace introdotto in (Gelfi e Giuriani 1995). La capacità portante del piolo è infatti pari alla risultante della pressione di rifollamento f_{hw} nel legno agente sulla lunghezza efficace l_W o della pressione di rifollamento f_{hc} nel calcestruzzo agente sulla lunghezza efficace l_C (Fig. 23). Il piolo deve poi avere una lunghezza aggiuntiva minima di affondamento nel legno e nel calcestruzzo (rispettivamente l_C' e l_W' in Fig. 23) perché si possa instaurare il meccanismo di collasso con due cerniere plastiche (Fig. 23 a) che permette di raggiungere la massima capacità portante.

Essendo nullo il taglio in corrispondenza delle cerniere plastiche A e B dove il momento flettente del piolo è massimo (Fig. 23 c), l'equilibrio del tratto AB (Fig. 23 d) è espresso dall'equazione:

$$V_u \left(\frac{l_C}{2} + \frac{l_W}{2} + t \right) - 2M_y = 0 \quad (12)$$

l_C, l_W	lunghezze efficace lato calcestruzzo;
M_y	momento resistente plastico del piolo;
f_{hc}, f_{hw}	resistenze a rifollamento del calcestruzzo e del legno;
V_u	resistenza ultima della connessione per singolo piolo.

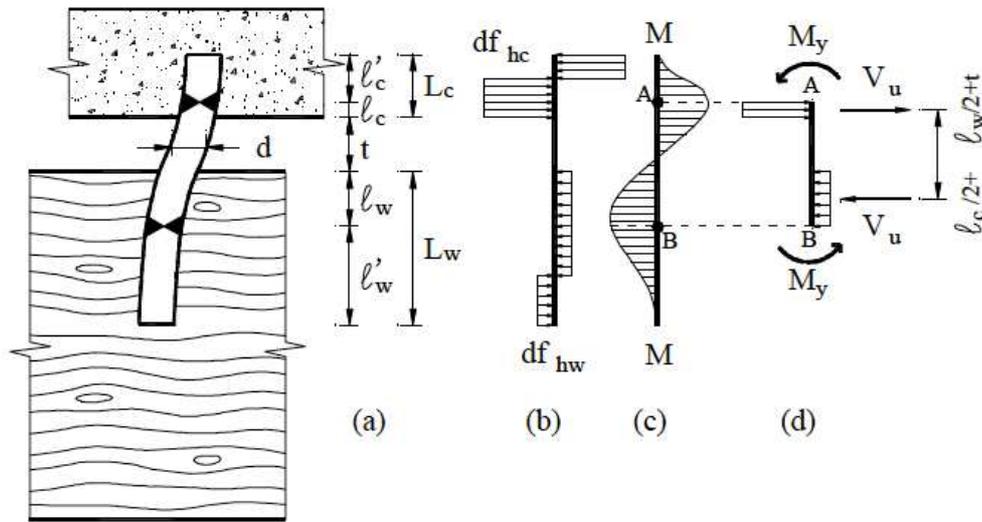


Fig. 23: Meccanismo di collasso e modello per il calcolo della resistenza del piolo

Dalla (12), essendo la resistenza ultima V_u della connessione per il singolo piolo:

$$V_u = f_{hw} \cdot d \cdot l_w \quad (12')$$

ed essendo:

$$l_c = l_w \cdot \frac{f_{hw}}{f_{hc}} = \frac{l_w}{\beta} \quad ; \quad \beta = \frac{f_{hc}}{f_{hw}} \quad (12'')$$

si può ricavare la lunghezza efficace del tratto infisso nel legno:

$$l_w = \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta}} \cdot \sqrt{\frac{2M_y}{f_{hw} \cdot d} + \frac{\beta}{1+\beta} \frac{t^2}{2}} - \frac{\beta}{1+\beta} t \quad (13)$$

Poiché il momento resistente plastico del piolo è dato dalla nota relazione:

$$M_y = f_y \cdot \frac{d^3}{6}$$

dove f_y è la tensione di snervamento del piolo, la (13) può essere scritta nella forma più espressiva:

$$l_w = \chi_w \cdot d \quad (14)$$

con:

$$\chi_w = \frac{1}{1 + \frac{f_{hw}}{f_{hc}}} \cdot \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta} \frac{2M_y}{f_{hw} \cdot d}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \frac{f_y}{f_{hw}} \left(1 + \frac{f_{hw}}{f_{hc}}\right) + \left(\frac{t}{d}\right)^2} - \frac{t}{d} \quad (15)$$

La resistenza ultima del piolo risulta allora per la (12') e la (14):

$$V_u = \chi_w \cdot f_{hw} \cdot d^2 \quad (16)$$

Si noti le lunghezze di infissione nel legno, pari a sei diametri, sono sufficienti per l'instaurarsi del meccanismo di collasso con due cerniere plastiche.

Ora, a mezzo delle equazioni presentate, si è in grado di stimare il comportamento della connessione con pioli infissi a mezzo di fori calibrati con il sistema che chiameremo Gelfi. Si può quindi effettuare un confronto con un piolo Gelfi ed il connettore Al-fer. Al solito, le espressioni fornite sono valide per singolo piolo e pertanto il confronto sarà fatto su legno simile a quello impiegato per le prove Al-fer e piolo 16 mm.

Il connettore Al-fer è realizzato da un acciaio di resistenza a snervamento doppia rispetto ad una barra liscia da cemento armato, ma lungo il proprio asse la sezione varia da un massimo di 16 mm ad un minimo di 11,5 mm. Questi due aspetti, unitamente alla battuta ed all'effetto tirante precedentemente discussi, potrebbero, ed è quello che si vuole dimostrare, conferire proprietà di resistenza e rigidità superiori ad ordinari sistemi di connessione con diametro costante pari al massimo diametro del connettore a secco Al-fer.

CONFRONTO SISTEMA GELFI E CONNETTORE A SECCO AL-FER

Si riportano di seguito le ipotesi, a mezzo del modello analitico introdotto, per un confronto tra un piolo diametro 16 mm entro fori calibrati ed il comportamento mostrato dalle prove sperimentali sul connettore a secco Al-fer.

Ipotesi assunte:

1) LEGNO:

Tipo Abete (classe C18)

Massa caratteristica

Resistenza a rifollamento

Rigidezza

ρ_K	=	320	Kg/mc
f_{hw}	=	35	Mpa
K_w	=	1300	Mpa

2) CALCESTRUZZO:

classe C25/30

Resistenza a rifollamento

Rigidezza

f_{CK}	=	25	Mpa
f_{hc}	=	120	Mpa
K_c	=	10000	Mpa

3) PIOLO:

Diametro del piolo

Resistenza a snervamento caratteristica

Modulo elastico del piolo

Momento d'inerzia del piolo

d	=	16	Mpa
f_y	=	350	Mpa
E_s	=	210000	mm
J_P	=	3217	mm ⁴

4) ASSITO

altezza del tavolato

h_o	=	25	mm
-------	---	----	----

Rigidezza del modello analitico:

Lunghezza ideale del piolo doppiamente incastrato
[equazione (10)]

Rigidezza iniziale

[equazione (9)]

l^*	=	91	mm
K_P	=	10611	N/mm

Resistenza ultima del modello analitico:

Parametro adimensionale.

[equazione (15)]

Lunghezza efficace del tratto infisso nel legno.

[equazione (14)]

Lunghezza efficace del tratto infisso nel calcestruzzo.

[equazione (12'')]

Resistenza ultima

[equazione (16)]

χ_w	=	1,36	
l_w	=	22	mm
l_c	=	6	mm
V_u	=	12223	N

Si può quindi graficare l'andamento della rigidezza e della resistenza ultima del piolo Gelfi sovrapponendolo ai valori sperimentali del connettore a secco Al-fer, Fig. 24.

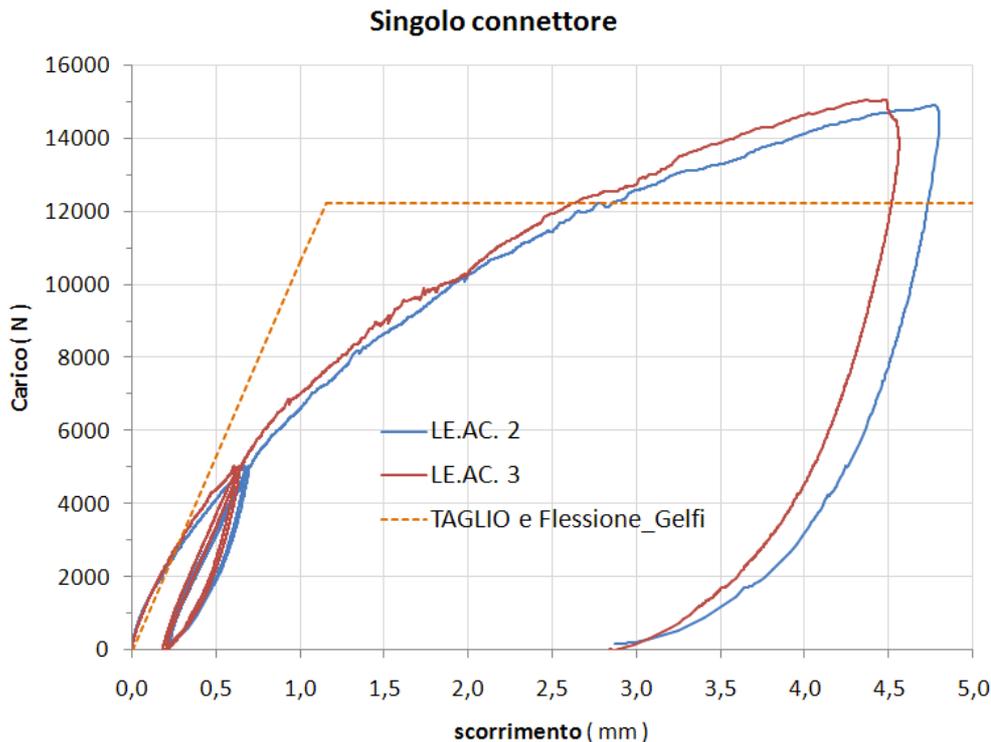


Fig. 24: Curve sperimentali Al-fer e modello analitico prof. Gelfi

Si possono fare le seguenti considerazioni:

- 1) Il modello analitico proposto dal professor Gelfi è indubbiamente più completo rispetto a quello proposto per il comportamento dei pioli resinati. In quest'ultimo i parametri di rigidezza e resistenza vengono ottenuti, al pari di quello per i pioli in fori calibrati, dalla teoria della trave lunga in mezzo elastico;
- 2) Il modello analitico prevede una formulazione esatta ed una più semplice, quest'ultima prevede l'utilizzo di una lunghezza ideale l^* che potrebbe essere di grande aiuto per le applicazioni FEM;
- 3) Premesso che i valori assunti per i materiali sono dettati dal buon senso e non sono il frutto di adeguate indagini, si nota una buona corrispondenza con i dati sperimentali Al-fer e la rigidezza dei pioli entro fori calibrati di diametro 16 mm. Il valore della rigidezza iniziale dei pioli è di 10611 N/mm e la curva che si ottiene con tale pendenza interseca le curve sperimentali per valori di circa 3000 N, corrispondente approssimativamente alla forza di scorrimento da affidare ai connettori in esercizio;
- 4) La connessione a pioli ϕ 16 mm con assito interposto tra soletta e trave ha un comportamento molto prossimo a quello dei connettori a secco Al-fer con riferimento alla rigidezza iniziale. Sottostima invece la resistenza ultima, infatti si è ottenuto $V_u=12223$ N, errato di più del 20% rispetto ai circa 15000 N del connettore a secco Al-fer;

3.3.3 Normativa

In suolo italiano la normativa cogente è contenuta nel testo del D.M. 14/01/08, anche dette norme tecniche per le costruzioni "NTC 08". Il capitolo 4.4 è dedicato alle costruzioni di legno, ed in particolare al paragrafo 4.4.9 si trattano i collegamenti dei vari tipi di unione (legno-legno, acciaio-legno, ect...). In questo sottocapitolo la norma spiega che la capacità portante e la deformabilità dei mezzi di unione possono essere valutate con riferimento a normative di comprovata validità. Queste si possono trovare al capitolo 12 delle NTC 08, ove viene spiegato che si intendono coerenti con i principi alla base della stessa, le indicazioni riportate nei seguenti documenti:

- Eurocodici strutturali pubblicati dal CEN, con le precisazioni riportate nelle Appendici Nazionali o, in mancanza di esse, nella forma internazionale EN;
- Norme UNI EN armonizzate i cui riferimenti siano pubblicati su Gazzetta Ufficiale dell'Unione Europea;
- Norme per prove, materiali e prodotti pubblicate da UNI.

In seguito ad una ricerca effettuata, le normative utili al presente lavoro risultano:

- 1) CNR-DT 206/2007_Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo delle strutture di legno;
- 2) EC5_UNIEN1995-1-1-2009_Design of timber structures.

Esaminando le normative appare chiaro che il modello adottato è di tipo elasto-plastico perfetto, ed il comportamento del mezzo di unione è descritto da tre parametri fondamentali:

- K_{ser} modulo di scorrimento istantaneo (in N/mm) per ciascuna sezione resistente a taglio e per singolo mezzo di unione, da impiegarsi nello stato limite di esercizio;
- K_u modulo di scorrimento istantaneo (in N/mm) per ciascuna sezione resistente a taglio e per singolo mezzo di unione, da impiegarsi nello stato limite di ultimo;
- $F_{v,Rk}$ capacità portante caratteristica per chiodi, bulloni, spinotti e viti, per singolo piano di taglio e per singolo mezzo di unione.

Una prima osservazione potrà farsi in merito alla differenza con cui le due norme citate determinano il parametro K_{ser} :

CNR 206/2007	EC5 2009
$K_{ser} = 2 \cdot \rho_k^{1,5} \cdot \frac{d}{20}$	$K_{ser} = 2 \cdot \rho_m^{1,5} \cdot \frac{d}{23}$

In cui ρ_m e ρ_k sono rispettivamente la massa volumica del legno, media e caratteristica. Il numero 2 è dovuto al fatto che secondo normativa per le unioni legno-clc i valori di K_{ser} possono essere raddoppiati.

Per quanto riguarda i valori di K_u e $F_{v,Rk}$, le due normative sono in ottimo accordo, si riportano nel seguito le formulazioni proposte.

Modulo di scorrimento per gli SLU:

$$K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser} \tag{17}$$

Il valore caratteristico della capacità portante delle unioni legno-clc, con connettori metallici a gambo cilindrico, può essere ricondotta a quella di unioni legno-acciaio ad un piano di taglio con piastra spessa. Tale assunzione richiede che il sistema di collegamento sia sufficientemente affondato nei due materiali Fig 25, e che siano garantite le seguenti condizioni di minimo:

- $L_w \geq 6d$
- $L_c \geq 2,5d$

Dove:

- L_w è la lunghezza di affondamento dello spinotto nell'elemento in legno (Fig 25)
- L_c è la lunghezza di affondamento dello spinotto nel calcestruzzo;
- D è il diametro del connettore.

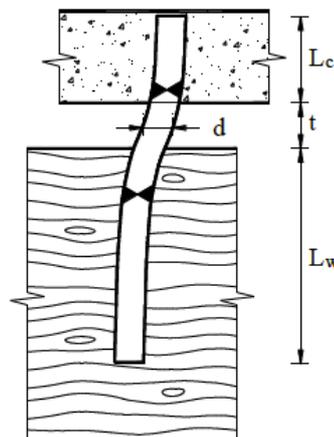
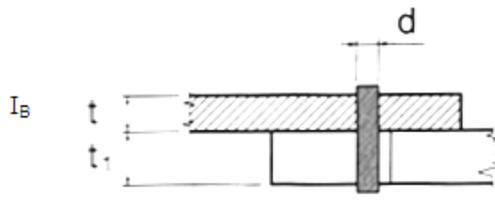
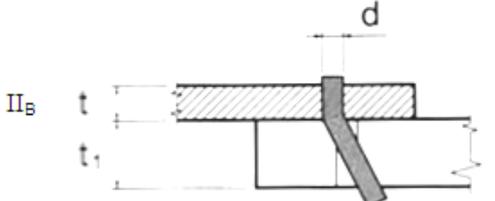
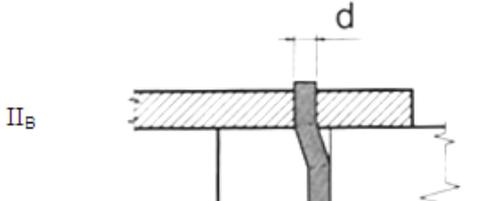


Fig. 25: Connessione realizzata con spinotti a gambo cilindrico

Il valore caratteristico della capacità portante, per ciascun mezzo di unione e piano di taglio con piastra di acciaio *spessa*, sarà assunto come il minore dei valori ottenibili dalle formule seguenti:

Piastre spesse $t \geq d$	
Modi di rottura	Valori caratteristici di resistenza a taglio
 <p>I_B</p>	$R_k = f_{h,k} t_1 d$
 <p>II_B</p>	$R_k = f_{h,k} t_1 d \cdot \left[\sqrt{2 + \frac{4M_{y,k}}{f_{h,k} t_1^2 d}} - 1 \right]$
 <p>II_B</p>	$R_k = 2,3 \cdot \sqrt{M_{y,k} f_{h,k} d}$

Tab. 6: Modi di rottura e valori caratteristici unioni acciaio legno

In cui i termini contenuti in tabella 6 assumono il seguente significato:

- R_k è la capacità portante caratteristica, per piano di taglio e per mezzo di unione in funzione del modo di rottura;
- $f_{h,k}$ è la resistenza caratteristica a rifollamento nell'elemento ligneo;
- t_1 è il più piccolo degli spessori dell'elemento dal lato legno, oppure la profondità di penetrazione;
- d è il diametro del mezzo di unione;
- $M_{y,Rk}$ è il momento caratteristico di snervamento, per il mezzo di unione;

In definitiva la capacità portante potrà determinarsi come il minimo valore:

$$F_{V,Rk} = \min (R_{k,I_B}, R_{k,II_B}, R_{k,III_B}) \quad (18)$$

Tale approccio, contenuto nelle normative, è stato proposto per la prima volta da Johansen nel 1949. Le equazioni della capacità portante della connessione con connettori a gambo cilindrico sono ricavate da semplici considerazioni di equilibrio allo stato limite, con l'ipotesi di un comportamento rigido-plastico per entrambi i materiali. I modi di rottura che possono aver luogo in un collegamento sono sostanzialmente i seguenti:

- **Modo I** Rifollamento della parte lignea;
- **Modo II** Rifollamento della parte lignea e contemporaneo snervamento del connettore metallico, con formazione di una cerniera plastica;
- **Modo III** Rifollamento della parte lignea e contemporaneo snervamento del connettore metallico, con formazione di una cerniera plastica;

La formulazione proposta da Johansen presenta due limiti fondamentali. Il primo interessa relativamente poco le connessioni di trave in legno e soletta collaborante mentre il secondo è di indubbio interesse. Con riferimento al primo, il modello non tiene conto di alcune modalità di collasso, in particolare della parte lignea, associate all'insorgere nel legno di tensioni ortogonali alla fibratura, e che possono determinare meccanismi di rottura fragili. Tali meccanismi sono responsabili, quindi, di collassi strutturali a valori inferiori a quelli previsti dal modello di Johansen. Mentre per quanto riguarda l'altro limite, questo è insito nel modello stesso di analisi: il modello è perciò in grado di predire, nelle ipotesi fatte, il carico limite a rottura ma non può fornire alcuna indicazione sulla deformabilità del collegamento né, conseguentemente, sulle proprietà di rigidità e duttilità del collegamento. Le normative CNR ed EC 5 infatti, ricorrono per la formulazione della rigidità del collegamento al documento NICOLE, mediante le formule già citate precedentemente.

Si hanno ora tutti gli strumenti per poter caratterizzare il comportamento di un connettore a gambo cilindrico secondo i modelli proposti dalle normative. Risulta agevole perciò, confrontare un ipotetico spinotto infisso in un mezzo ligneo, di caratteristiche (ipotizzate) paragonabili a quelle impiegate per le sperimentazioni, ed il connettore a secco Al-fer s.r.l.

Si analizza dapprima uno spinotto equivalente di diametro 16 mm. Per il valore della resistenza a rifollamento del legno, si può usare l'espressione contenuta nelle normative, per $\alpha=0$ (direzione parallela alle fibre):

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \rho_k \quad (19)$$

Mentre per le caratteristiche di snervamento del connettore

$$M_{yk} = 0,08 \cdot f_{u,k} \cdot d^3 \quad (20)$$

Si sono assunti, analogamente ai precedenti capitoli, le seguenti ipotesi:

1) LEGNO:

Tipo Abete (classe C18)

Massa volumica caratteristica $\rho_k = 320$ Kg/mc

Massa caratteristica media $\rho_m = 380$ Kg/mc

Resistenza a rifollamento
[equazione 19] $f_{h,0,k} = 22$ Mpa

2) SPINOTTO:

Barre di armatura ad aderenza migliorata (B450 C)

Diametro del connettore a gambo cilindrico $d = 16$ mm

Lunghezza di infissione nel legno $t_1 = 100$ mm

Resistenza a snervamento caratteristica $f_{y,k} = 450$ Mpa

Resistenza a rottura caratteristica $f_{u,k} = 540$ Mpa

Momento plastico
[equazione 20] $M_{yk} = 176947$ Nmm

In cui la lunghezza di infissione nel legno, t_1 , è stata adottata congruentemente a quella del connettore a secco Al-fer, ovvero di 100 mm

Dalle quali è possibile ricavare i parametri meccanici di rigidità:

CNR 206/2007	EC5 2009
$K_{ser} = 9159 N/mm$	$K_{ser} = 10306 N/mm$
$K_u = 6106 N/mm$	$K_u = 6870 N/mm$

Per i valori di capacità portante ultima, risulta:

CNR 206/2007 / EC5 2009

$$R_{k,IB} = 35267 \text{ N/mm}$$

$$R_{k,II_B} = 17050 \text{ N/mm}$$

$$R_{k,III_B} = 18169 \text{ N/mm}$$

$$F_{V,Rk} = 17050 \text{ N/mm}$$

Si fa notare che il valore di K_{ser} , determinato con l'una o l'altra normativa differisce di un 12,5%. Molto si è già detto a proposito dell'elevata rigidezza iniziale del connettore a secco Al-fer, pertanto si adopererà ai fini di un confronto il modello da EC5 versione 2009. Si riportano in seguito i valori numerici:

EC5-2009

$$K_{ser} = 10306 \text{ N/mm}$$

$$K_u = 6870 \text{ N/mm}$$

$$F_{V,Rk} = 17050 \text{ N/mm}$$

Riportando i parametri nel solito grafico si ottiene l'andamento di Fig. 26.

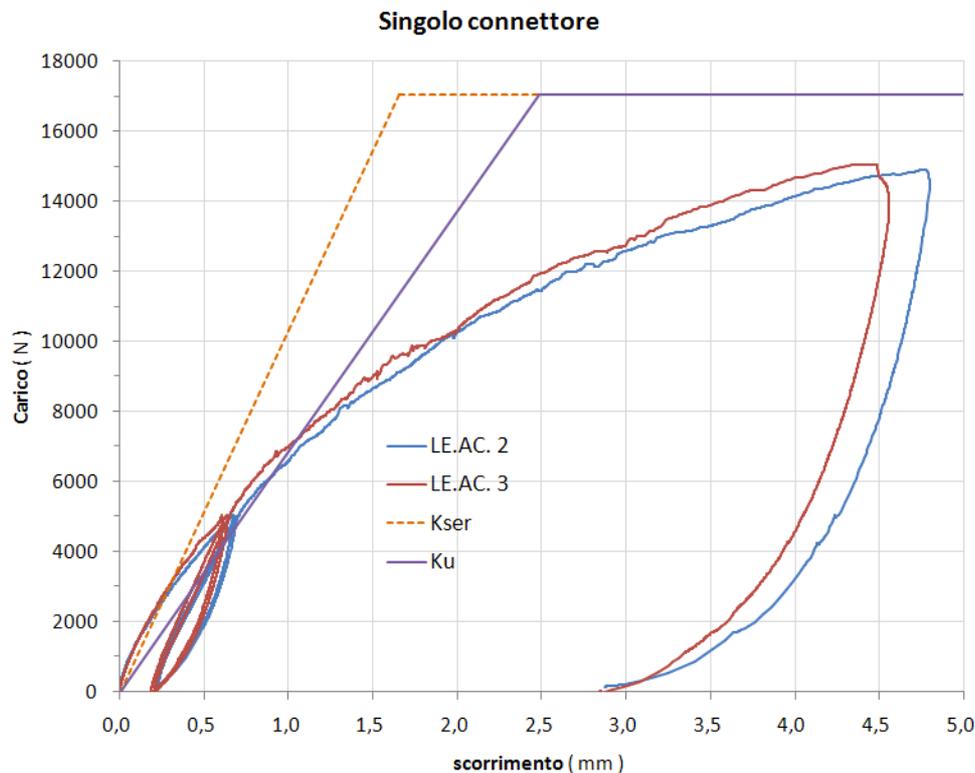


Fig. 26: Connessione realizzata con spinotti a gambo cilindrico EC5 2009

L'ipotesi di paragonare il connettore con uno spinotto diametro 16 mm, risulta una valida idea se ci si arresta all'osservazione delle curve sino a bassi valori di carico applicato, circa 4000 N. Per carichi maggiori è però una pessima soluzione con riferimento soprattutto alla capacità portante ultima. Infatti, secondo il modello analitico proposto dalla normativa si ha che lo spinotto teoricamente dovrebbe cedere con una modalità di rottura di tipo II, la quale prevede rifollamento del legno e conseguente formazione di una cerniera plastica per carichi di circa 17000 N. Valore che risulta ben oltre ai circa 15000 N ottenuti sperimentalmente. Si ricordi che questi risultati sono fortemente influenzati dall'incertezza sul mezzo ligneo, in quanto sono state stimate caratteristiche meccaniche arbitrarie.

E' importante osservare quanto viene riportato nelle trattazioni del professor Gelfi a proposito del modello analitico proposto dalla normativa. Infatti, a differenza di quanto accadeva per i modelli analitici

proposti da Gelfi e Turrini, le normative propongono un modulo di scorrimento, K_{ser} , che non tiene conto del distacco dovuto all'assito. In tale circostanza, peraltro frequente, l'eurocodice fornisce valori di rigidità non sempre a favore di sicurezza Fig 27.

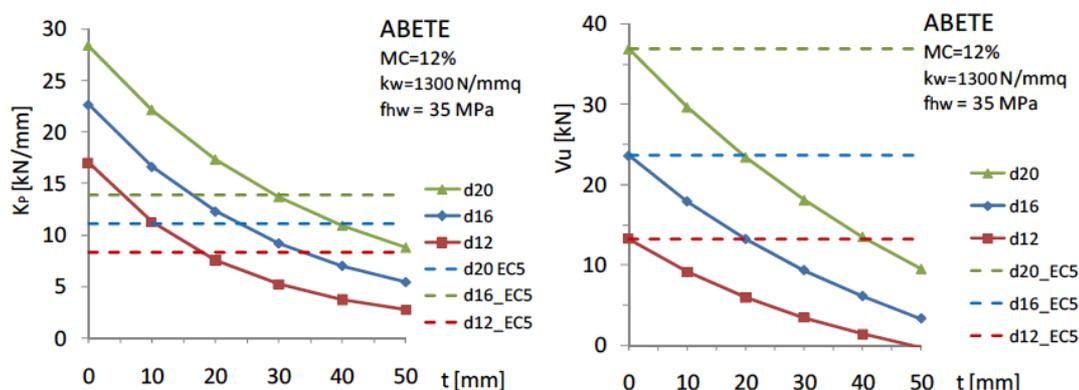


Fig. 27: Variazione della rigidità e della capacità portante della connessione in funzione dell'assito. Gelfi.

L'immagine è riportata da una pubblicazione del prof. Gelfi e mostra chiaramente come rigidità e capacità portante della connessione dipendano dallo spessore dell'assito. È logico attendersi che per elevati valori di distacco tra soletta e trave di legno vi sia una penalizzazione del sistema misto. Come mostra l'immagine per valori di assito di circa 25 mm, la rigidità con il modello di Gelfi e dell'EC5 sono in buon accordo con le sperimentazioni Al-fer, ovvero si ha una rigidità iniziale K di circa 10000 N. Mentre non c'è sintonia con i modelli analitici e quelli sperimentali Al-fer con riferimento alla capacità ultima. Secondo i valori delle prove la resistenza ultima è di 15000 N, valore che sta proprio in mezzo ai valori ottenibili dai modelli analitici (Gelfi circa 12000 N ed EC5 circa 17000 N)

Vale la pena di citare una seconda mancanza che a parer di chi scrive è insita nelle normative, e che riguarda il calcestruzzo. Si è potuto trattare l'unione legno-clc come un'unione acciaio-legno dando per scontato che la soletta si comporti come una lastra spessa di acciaio infinitamente rigida. Questo fatto non è così ovvio, in quanto seppur molto più rigido ma anche il calcestruzzo è soggetto a fenomeni di rifollamento. Aspetto questo, che solo il modello analitico del professor Gelfi considera e che quindi per i motivi in citati precedenza si ritiene essere il più valido a rappresentare il fenomeno seppur debba essere modificato per poter essere applicato al sistema misto con connettori a secco Al-fer.

3.3.4 Confronto dei modelli analitici proposti

Nei capitoli precedenti si sono studiati vari modelli analitici, ciascuno dei quali in grado di descrivere il comportamento meccanico di connettori metallici infissi nel legno atti alla realizzazione di unioni legno calcestruzzo. I diversi sistemi non differiscono di molto per quanto riguarda la tecnologia costruttiva, ma ciascun autore ha proposto una propria formulazione. I vari modelli sono stati confrontati con i dati sperimentali dei connettori Al-fer, con lo scopo di misurare la rigidità e la resistenza di quest'ultimo. Si riporta di seguito una tabella che riassume le esperienze condotte a tal proposito per un connettore equivalente di diametro 16 mm.

Mezzo di unione	Autore	Modello analitico	
		K [N/mm]	V [N]
Piolo resinato	Turrini	10240	11008
Piolo a secco	Gelfi	10611	12223
Spinotto	Normativa (Johansen, Nicole)	10306	17050

Tab. 7: Modelli analitici a confronto per mezzo d'unione in acciaio diametro 16 mm

Si può osservare come vi sia una buona concordanza tra i valori di rigidità, mentre è sensibilmente evidente la variazione di valori circa la resistenza a rottura.

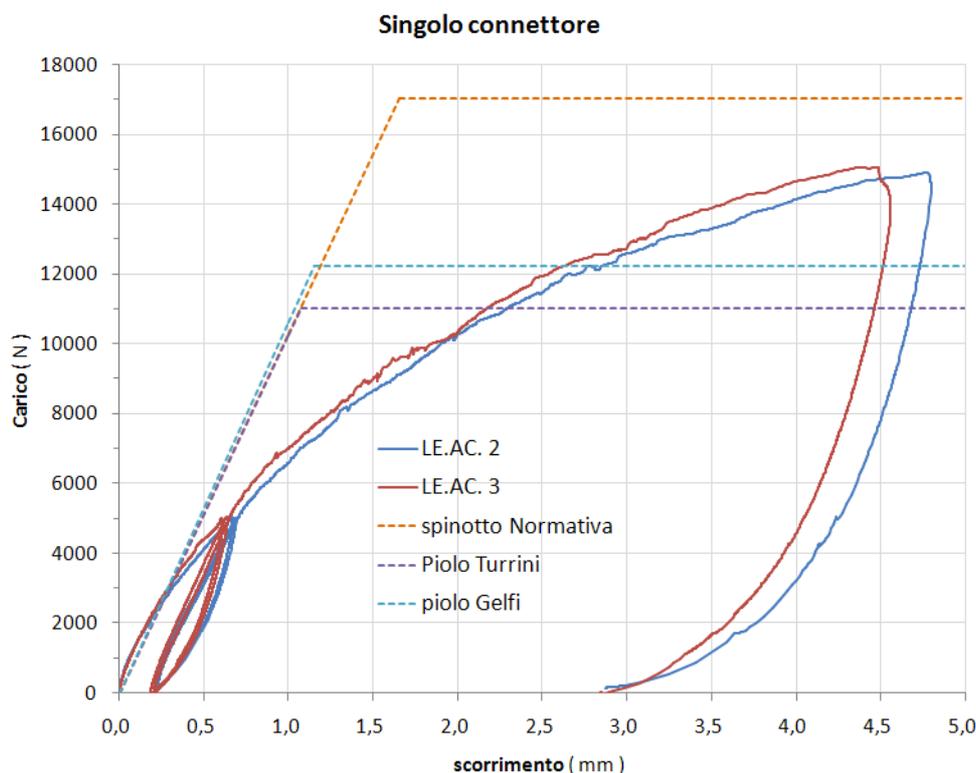


Fig. 28: Confronto tra prove sperimentali e modelli analitici per un mezzo d'unione di diametro 16 mm.

Da tutte le esperienze condotte, si conclude che non è possibile descrivere il comportamento del connettore a secco Al-fer mediante i modelli noti in letteratura.

Si potrebbe pensare di adoperare il modello analitico del professor Gelfi, per quanto riguarda la stima della rigidità iniziale. Tale modello, si è già detto, risulta il più completo in quanto mette in conto le rigidità di ciascun materiale costituente il sistema misto ed inoltre considera la presenza dell'assito passante. Per quanto riguarda la capacità portante ultima del connettore si potrebbe pensare di adottare un modello elasto-plastico incrudente che sia in grado di riflettere approssimativamente la curva di capacità mostrata dalle prove sperimentali.

3.3.5 Linearizzazione della curva di capacità

L'analisi di pushover o analisi di spinta (letteralmente pushover significa "spingere oltre") è una procedura statica non lineare impiegata per determinare il comportamento di una struttura a fronte di una determinata azione (forza o spostamento) applicata.

Essa consiste nello "spingere" la struttura fino a che questa collassa o un parametro di controllo di deformazione non raggiunge un valore limite prefissato; la "spinta" si ottiene applicando in modo incrementale monotono un profilo di forze o di spostamenti prestabilito.

Tale tecnica è impiegata per ottenere una previsione accurata e realistica della risposta sismica di una struttura, e richiede l'impiego di strumenti di analisi che permettano di coglierne il comportamento non lineare e la sua evoluzione nel tempo.

La capacità di una struttura dipende dalle capacità di resistenza e di deformazione dei suoi singoli componenti.

La curva di capacità definisce la capacità della struttura indipendentemente da qualsiasi specifica richiesta sismica (infatti non si fa riferimento alcuno all'azione sismica) e quindi descrive le caratteristiche intrinseche del sistema resistente; in altre parole è una sorta di legame costitutivo semplificato della struttura.

Ma questo è proprio quanto è stato fatto per il connettore a secco Al-fer. Nei precedenti capitoli infatti, si è fatto largo uso della curva di capacità esibita dal sistema e ci si è poi ricondotti a curve rappresentanti il comportamento del singolo connettore.

Quando si intende analizzare la risposta di strutture reali, si può ulteriormente semplificare il problema

linearizzando a tratti la risposta del sistema, e quindi la sua curva di capacità, adottando approssimazioni bilineari o trilineari come mostrato a titolo di esempio in Fig. 29.

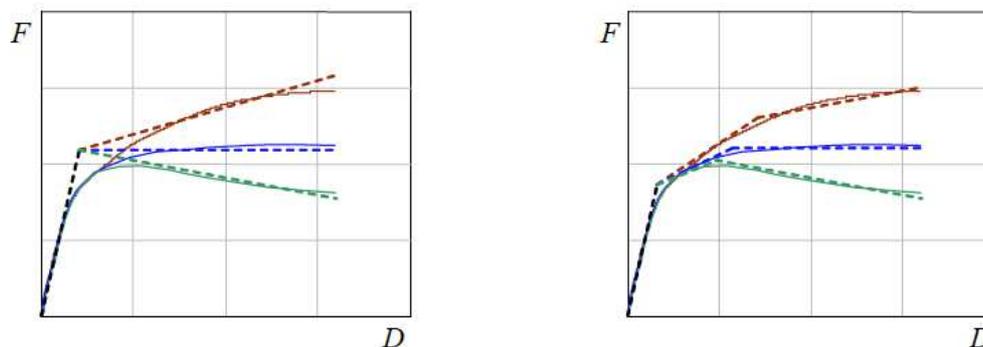


Fig. 29: Linearizzazioni bilineari (a destra) e trilineari (sinistra) della curva di capacità di un sistema reale.

Questo è solo un modo scelto per presentare alcune possibili linearizzazioni e non una condizione necessariamente da rispettare. Infatti non esiste un unico criterio per linearizzare la curva di capacità. Per esempio, metodi differenti di analisi statica non lineare impiegano differenti criteri. In linea di principio l'approssimazione è tanto più accurata quanto più il tratto lineare “segue da vicino” il reale andamento curvilineo nell'intorno del punto che rappresenta la risposta attesa.

A titolo esemplificativo in Figura 30 sono mostrate alcune differenti linearizzazioni della stessa curva di capacità.

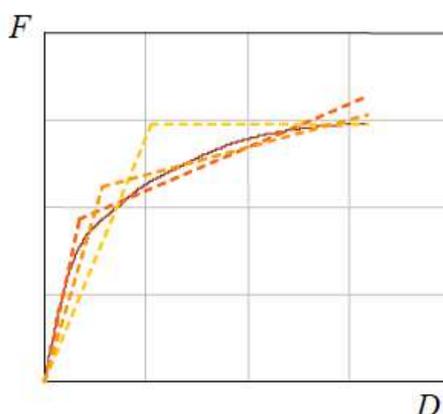


Fig. 30: Differenti Linearizzazioni della curva di capacità di un sistema reale.

Il comportamento del sistema può quindi essere idealmente schematizzato con un ramo elastico lineare fino allo snervamento e con un ramo post-elastico incrudente (i), perfetto (p) o degradante (d). Le curve diagrammate in Fig. 31 rappresentano i relativi legami forza-spostamento ossia le rispettive curve di capacità.

Questa rappresentazione consente di identificare la resistenza e lo spostamento globali nominali della struttura: in particolare la resistenza di snervamento F_y , la rigidità elastica efficace k_e e la rigidità post-elastica $k_p = p k_e$ (il rapporto di incrudimento p risulta positivo, negativo o nullo rispettivamente nel caso incrudente, degradante o perfetto).

Come accennato, sono disponibili numerosi criteri per linearizzare la curva di capacità. Nel Metodo dello Spettro di Capacità (Capacity Spectrum Method = CSM) la rappresentazione bilineare è relativa ad un punto di presunto funzionamento PP del sistema e si fonda su un criterio di equivalenza energetica (principio di uguale energia): il primo tratto della bilineare è una linea passante per l'origine con pendenza definita dalla rigidità iniziale del sistema ed il secondo è una linea passante per PP e pendenza tale che l'area sottesa dalla bilineare sia equivalente a quella sottesa dalla curva di capacità ($A_1 = A_2$ in Figura 32).

La curva di capacità bilineare, per un certo spostamento D , risulta completamente definita da tre parametri:

- la rigidità elastica iniziale k_e che risulta proporzionale alla tangente all'origine alla curva di capacità;
- la forza di snervamento F_y ;
- il fattore d'incrudimento p pari al rapporto tra la rigidità post-elastica e quella elastica; mediante la seguente relazione:

$$F = \begin{cases} K_e D & D \leq D_y \\ F_y + p K_e (D - D_y) & D > D_y \end{cases}$$

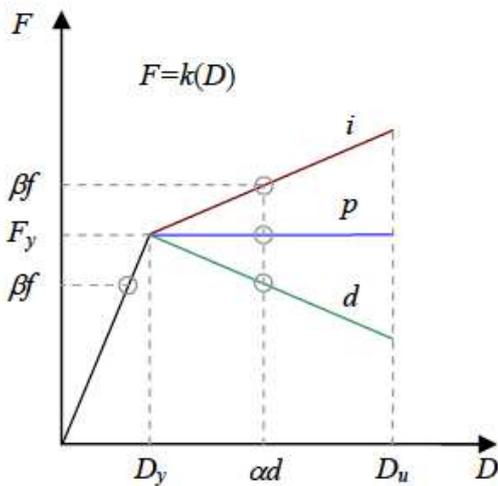


Fig. 31

Comportamento elasto plastico incrudente (i), degradante (d) e perfetto (p).

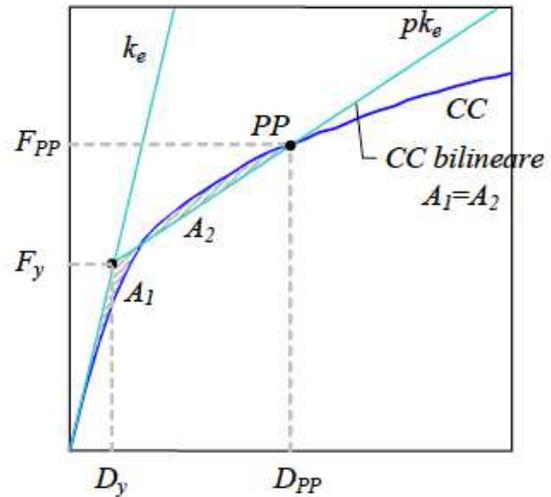


Fig. 32

Rappresentazione bilineare della curva di capacità (usata nel CSM)

3.3.6 Modello bilineare Al-fer

In analogia con quanto esposto nel precedente sottoparagrafo, si può pensare di linearizzare la curva di capacità del connettore a secco Al-fer con un comportamento elasto plastico incrudente. La rigidità iniziale può essere data dal modello del professor Gelfi, per pioli di diametro 16 mm, in quanto si è visto che tale modello approssima correttamente la rigidità iniziale del sistema e fornisce una lunghezza ideale di un piolo doppiamente incastrato. Convenzionalmente si può assumere come valore della forza di snervamento 6000 N e pertanto il valore di spostamento in campo elastico pari a 0,565 mm. Per quanto riguarda il ramo plastico si può assumere il valore convenzionale di 4 mm a cui corrisponde un valore di forza pari a 14900 N. In Fig. 33 viene mostrato il confronto tra i risultati Al-fer, il modello elasto-plastico del piolo Gelfi ed il modello bilineare incrudente proposto.

I parametri numerici utilizzati per la rappresentazione bilineare sono:

	Ramo elastico		Ramo plastico	
Rigidezza	K_E	= 10611 N/mm	K_P	= 2591 N/mm
Forza	F_y	= 6000 N	F_u	= 14900 N
scorrimento	d_y	= 0,565 mm	d_u	= 4 mm

Il modello bilineare introdotto, pur essendo una notevole semplificazione del fenomeno in questione, è in grado di assecondare con adeguata precisione la capacità del sistema.

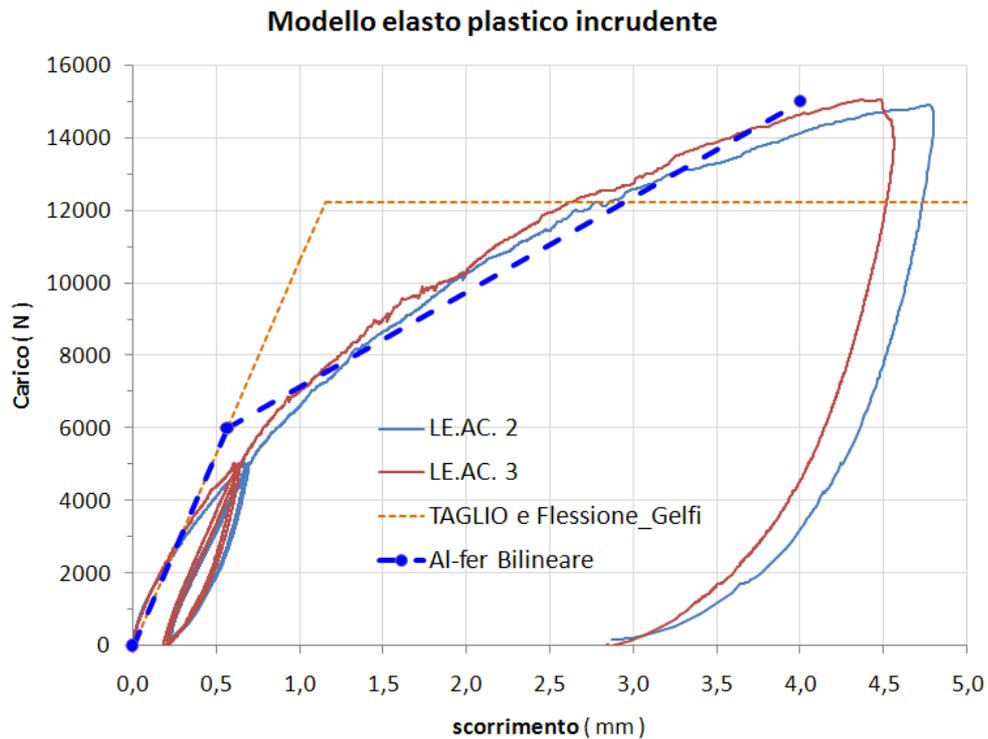


Fig. 33: Rappresentazione bilineare della curva di capacità del connettore Al-fer.

3.4 Considerazioni

Dapprima si sono studiati alcuni modelli analitici, da cui si è compresa la complessità del fenomeno ed i principali aspetti. Si è poi proposta una formulazione semplificata tramite l'utilizzo di un modello bilineare incrudente.

Seguono ora delle applicazioni numeriche, con cui è possibile approfondire ulteriormente la capacità di resistenza della connessione Al-fer, ed ove è possibile fare considerazioni sul campo tensionale dell'intero sistema analizzato. Le simulazioni numeriche infatti, mediante l'uso del metodo degli elementi finiti, rappresentano un fondamentale aiuto nella comprensione dei complessi processi meccanici attivati durante la fase di carico del sistema misto.

4 Modelli numerici

Con lo scopo di approfondire il comportamento meccanico del sistema misto con connettori a secco Al-fer, è stata svolta una analisi numerica agli elementi finiti, con il programma STRAUS7 della G+D Computing, i cui risultati sono presentati nei successivi paragrafi.

La prima applicazione agli elementi finiti, che nel seguito indicheremo con l'acronimo FEM (Finite Element Analysis), riguarda la discretizzazione dell'intero provino sottoposto a prova di push-over.

4.1 Intero provino

Questo modello è stato creato rispettando il più possibile le grandezze geometriche dei campioni reali. Si descrive ora tale modello e le ipotesi assunte per esso.

Per eseguire questa analisi, si farà riferimento ad una sequenza standard di passi comunemente utilizzata nella modellazione ad elementi finiti:

- 1) Definizione della geometria e del tipo di elementi
- 2) Definizione delle condizioni di vincolo
- 3) Definizione delle condizioni di carico
- 4) Definizione delle proprietà dei materiali
- 5) Risoluzione del modello
- 6) Post-processing del modello, per la visualizzazione e l'interpretazione dei risultati.

4.1.1 Definizione della geometria e del tipo di elementi

Il provino reale è stato discretizzato impiegando i seguenti elementi finiti:

<i>Provino reale</i>	<i>Tipo di elemento finito</i>
Trave in legno	<i>Brick Hexa 8</i>
Soletta di calcestruzzo	<i>Brick Hexa 8</i>
Assito	<i>truss</i>
Connettore a secco Al-fer	<i>beam</i>

Si riporta in figura 34 una serie di immagini in grado di trasmettere intuitivamente la geometria impiegata nelle analisi FEM. Il modello numerico riproduce piuttosto fedelmente il modello reale, si può notare infatti come vi sia buona somiglianza tra le figura 34 b) e c). Attraverso una visualizzazione *wireframe* è possibile cogliere anche la modellazione degli otto connettori internamente al trave.

Per quanto riguarda le unità di misura adoperate:

- Lunghezza	mm
- Forza	N
- Massa	T
- Moduli elastici/tensioni	Mpa

Per il legno e la soletta sono stati impiegati elementi brick Hexa 8 e si è scelto una *mesh* con parallelepipedi cubici di lato 10 mm. La creazione del modello è avvenuta partendo da elementi *plate* opportunamente estrusi e specchiati fino ad ottenere un quarto dell'intero modello, la cui lunghezza rappresenta non a caso l'interasse di posizionamento dei connettori. Tramite un'organizzazione in 4 gruppi di ciascun quarto si è reso possibile l'inserimento, al corretto livello, di ciascun connettore. La *mesh* di 10 mm per il legno e soletta è stata una scelta azzeccata con riferimento soprattutto alla possibilità di introdurre per il connettore la variazione di sezione lungo il proprio asse, fig 35, tramite l'utilizzo di 4 *beam* diversi:

- <i>Beam 1</i>	Esagono da 17 mm	Parte annegata nel cls
- <i>Beam 2</i>	Cilindro diametro 14 mm	Parte ancorata nel cls
- <i>Beam 3</i>	Cilindro diametro 16 mm	Parte a contatto con l'assito
- <i>Beam 4</i>	Cilindro diametro 13 mm	Parte inserita nel legno

Si è impiegato un diametro di 13 mm per tener conto della presenza della filettatura che rastrema la sezione da 16 mm a 12 mm.

Infine si è scelto per il tavolato in legno un elemento truss, la cui area è proporzionale alla mesh impiegata per la soletta e per il legno, ovvero $10 \times 10 \text{ mm}^2$.

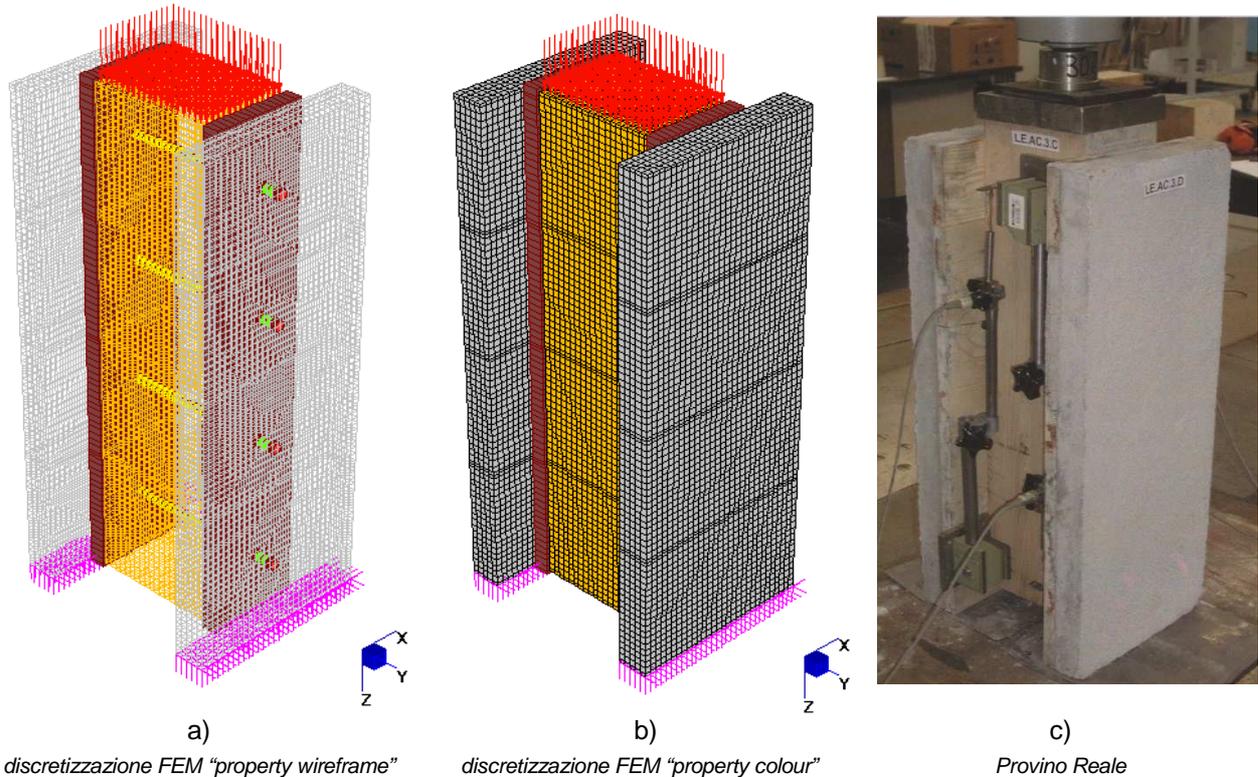


Fig. 34

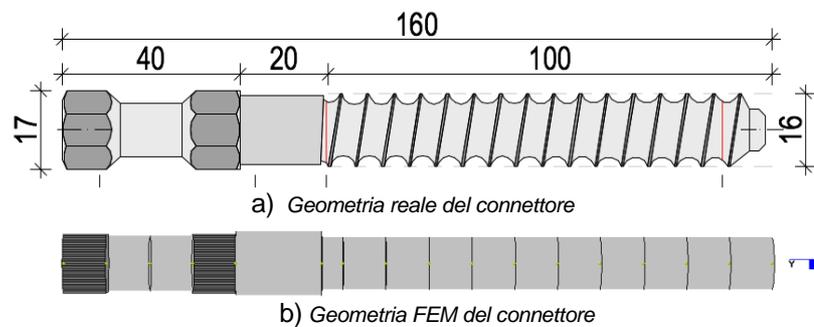


Fig. 35

4.1.2 Definizione delle condizioni di vincolo

Una volta creata la geometria della struttura, occorre assegnare opportune condizioni di vincolo, perché in assenza di queste la struttura è libera di muoversi nello spazio. Per fornire i vincoli necessari, occorre porre attenzione alla situazione fisica che si sta simulando. Ogni nodo possiede sei gradi di libertà (dof, degrees of freedom) e quindi sei possibilità di movimento: tre traslazioni secondo X,Y,Z e tre rotazioni attorno agli stessi assi.

Come mostrato in fig. 34 a) e b) , l'asse verticale reale è stato fatto coincidere con l'asse Z. Le uniche condizioni di vincolo sono state assegnate impedendo le tre componenti di spostamento dei nodi appartenenti alla faccia inferiore delle solette di calcestruzzo, fig 34 a) e b). Fisicamente solo il banco inferiore su cui è appoggiato il provino è in grado di impedire il movimento lungo Z, ma è necessario impedire le altre due traslazioni per evitare moti rigidi del provino FEM.

La trave in legno risulta così in grado di muoversi verticalmente, mentre è collegata alle solette per mezzo dei connettori e del tavolato. Si precisa che il tavolato è stato inserito come elemento in grado di assorbire le contrazioni laterali del trave in legno, ma a taglio, essendo un *truss*, non offre alcun impedimento allo scorrimento.

In figura 36 si riporta il modello FEM, in cui è stato effettuato uno spaccato per cogliere meglio alcuni dettagli della modellazione.

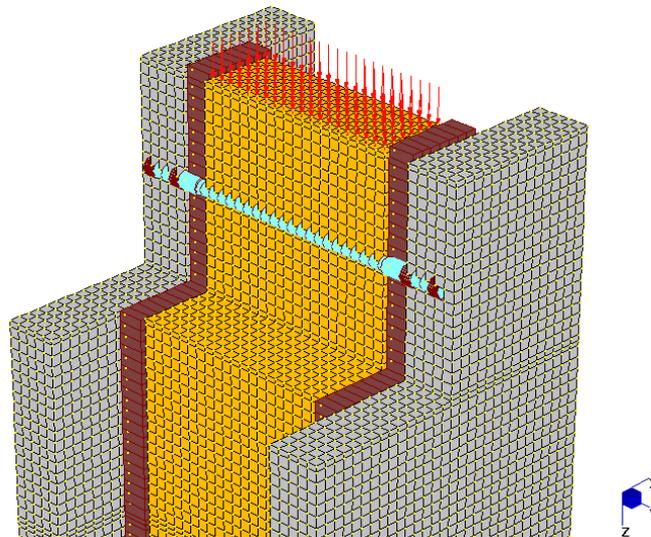


Fig. 36: Spaccato del modello FEM.

4.1.3 Definizione delle condizioni di carico

Il martinetto nella realtà applica il carico alla trave in legno tramite una piastra spessa d'acciaio, fig 34 c). Si può dunque, con buona approssimazione, applicare la forza esterna al modello FEM mediante lo strumento *Face pressure (Global)*, fig. 37, agli elementi *brick* della trave in legno.

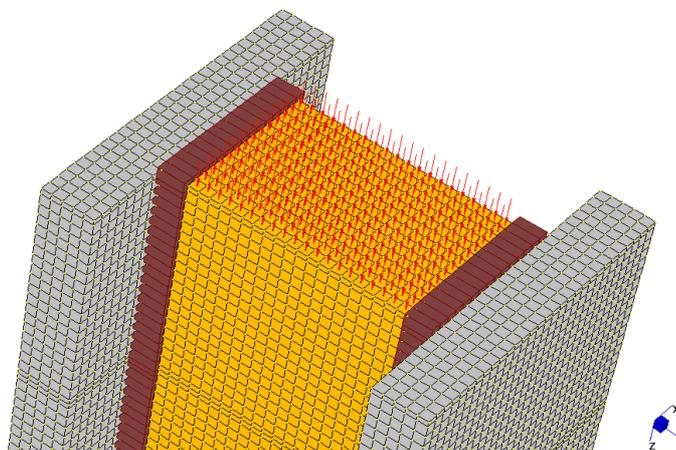


Fig. 37 Applicazione del carico tramite l'attributo *Face pressure (Global)*.

Come è stato fatto per il capitolo 3, si ritiene che la simulazione possa essere significativa con riferimento ai risultati medi dei provini LE.AC 2 e 3. Di questi, si può considerare il primo ciclo di carico scegliendo opportunamente alcuni valori della forza impressa all'intero provino.

La forza è stata assegnata dividendo il valore del carico trasformato in Newton per l'area del trave in legno, a mezzo di 13 *Load cases*, conformemente ai dati disponibili dalle prove, vedasi tabella 8 per i valori numerici. In figura 38, si riporta la curva ottenuta dalla discretizzazione dei valori sperimentali.

Si osserva infine, che sono stati considerati maggiori punti nell'intorno dell'origine al fine di indagare con precisione a proposito della rigidità iniziale del sistema.

Come vedremo nella fase di post-processing le varie condizioni di carico verranno confrontate con i dati sperimentali.

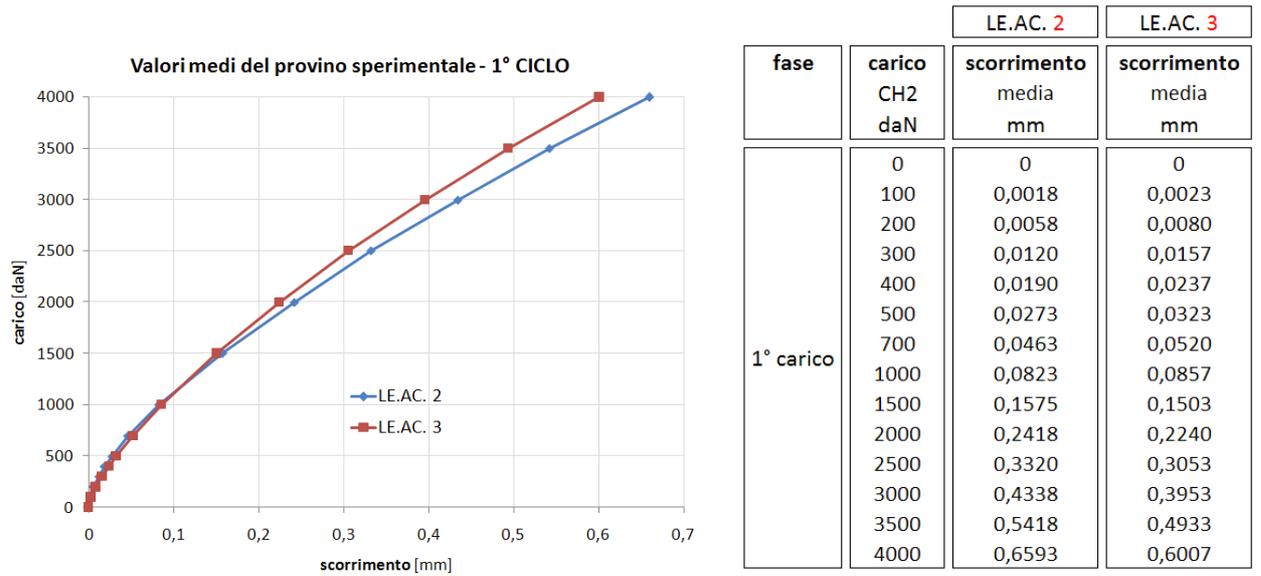


Fig. 38

Curva carico spostamento considerata per il confronto FEM.

Tabella 8

Valori sperimentali di Carico e spostamento

Ciascuna combinazione di carico è stata nominata con il valore della somma dei carichi in direzione Z, ovvero pari alla forza applicata al provino sperimentale, si avrà così la seguente corrispondenza:

	Primary Load Cases	Global Face Pressur [Mpa]
1)	F=100 daN	0,0357
2)	F=200 daN	0,0714
3)	F=300 daN	0,1071
4)	F=400 daN	0,1429
5)	F=500 daN	0,1786
6)	F=700 daN	0,25
7)	F=1000 daN	0,3571
8)	F=1500 daN	0,5357
9)	F=2000 daN	0,7143
10)	F=2500 daN	0,8929
11)	F=3000 daN	1,0714
12)	F=3500 daN	1,25
13)	F=4000 daN	1,4286

Tabella 9: Combinazioni di carico e corrispondenti pressione applicate al trave nell'analisi FEM.

4.1.4 Definizione delle proprietà dei materiali

Per la definizione delle proprietà dei vari elementi finiti si sono assunti i valori di tabella 10:

ELEMENTO :	Trave in legno	Soletta in cls	Connettore Al-fer	Assito
Tipo =	Brick (Hexa 8)	Brick (Hexa 8)	Beam - shear area	Truss
materiale =	Isotropic	isotropic	Acciaio	Legno
E [Mpa] =	8000	27460	200000	7000
ν =	0,3	0,25	0,25	-
Densità [T/mm ³] =	5,50x10 ⁻¹⁰	2,50x10 ⁻⁹	7,85x10 ⁻⁹	5,50x10 ⁻¹⁰

Tabella 10: Proprietà dei materiali per l'analisi FEM.

I motivi che hanno portato alla scelta di questi valori sono già stati ampiamente discussi nei capitoli precedenti, a cui si rimanda per eventuali approfondimenti.

4.1.5 Risoluzione del modello

Un modello tridimensionale così fatto si presta prettamente ad un'analisi lineare statica poiché l'elevato numero di gradi di libertà del sistema ne vincola di molto la scelta. Infatti, il sistema *FEM* è costituito da ben 55655 *nodes*, 2558 *beams* e di 46400 *bricks* e richiede circa 10 minuti per la soluzione.

Si è lanciata un'analisi lineare statica in cui si è richiesto al solutore di calcolare:

- Node Reaction;
- Beam Force/Stress;
- Beam Strain/curvature;
- Brick Stress;
- Brick Strain;

Tali quantità sono state calcolate per ciascuna delle 13 combinazioni di carico.

4.1.6 Post-processing del modello

Post-processing è il nome che si dà alla fase di valutazione ed interpretazione dei risultati di un'analisi agli elementi finiti. In Straus7, il post processore consente di visualizzare i risultati in varie modalità, tramite "contour" a colori che con mappe di colori rappresentano quantità d'interesse (come tensioni, deformazioni, spostamenti etc.), tramite grafici, animazioni, configurazioni deformate, liste di dati etc.

E' buona norma controllare il file Log, che contiene la lista di tutti i messaggi generati dal solutore durante la procedura di soluzione. Dapprima ci si è accertati che siano stati applicati alla struttura stessa i carichi voluti. Poi, si sono cercati eventuali messaggi o errori ma la ricerca ha prodotto esito negativo.

E' importante poter valutare la configurazione deformata della struttura per accertarsi che essa presenti il comportamento atteso, rispetto alle forze ed ai vincoli che sono stati applicati. Tramite la funzione "Displacement Scale" è possibile indagare tale deformata, in figura 39 viene mostrato l'andamento della deformata.

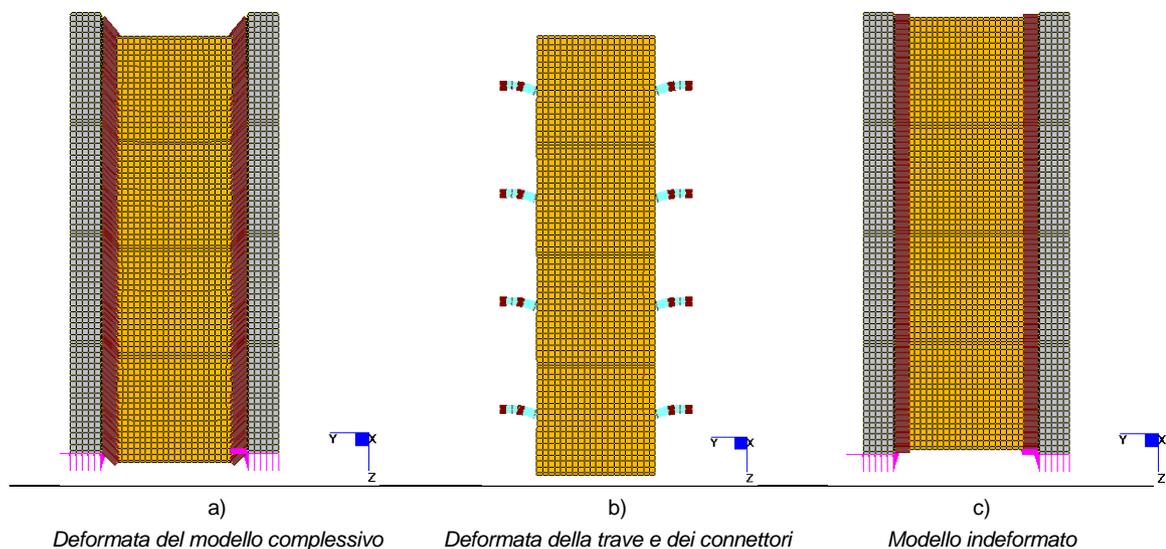


Fig. 39

Dalla figura 39 a) si può cogliere come l'intero provino subisca, in seguito all'applicazione della pressione in testa al trave in legno, una deformata attesa ovvero si genera uno scorrimento di tutta la trave in direzione Z positiva. Dalla figura 39 b) si nota invece come il trasferimento di forza dalla trave passi alle solette per mezzo dello scorrimento del connettore, che diviene l'unico elemento in grado di offrire una resistenza all'azione tagliante. In figura 39 c) si riporta per confronto il caso di provino scarico, trave in legno e solette sono allineate.

Ci si sofferma su tale aspetto di fondamentale importanza per un'ultima considerazione. Nella figura 40 a) si riporta la deformata del modello FEM di un connettore, e per confronto nella figura 40 b) la deformata ottenuta sperimentalmente. Si nota una buona corrispondenza nonostante la deformata reale rappresenti un connettore al termine della prova di push-over e pertanto è logico attendersi delle plasticizzazioni dei materiali. In figura 40 c) si mostra infine l'immagine tratta dalla CNR-DT 206/2007 per connessione realizzata con spinotti a gambo cilindrico di sezione costante.

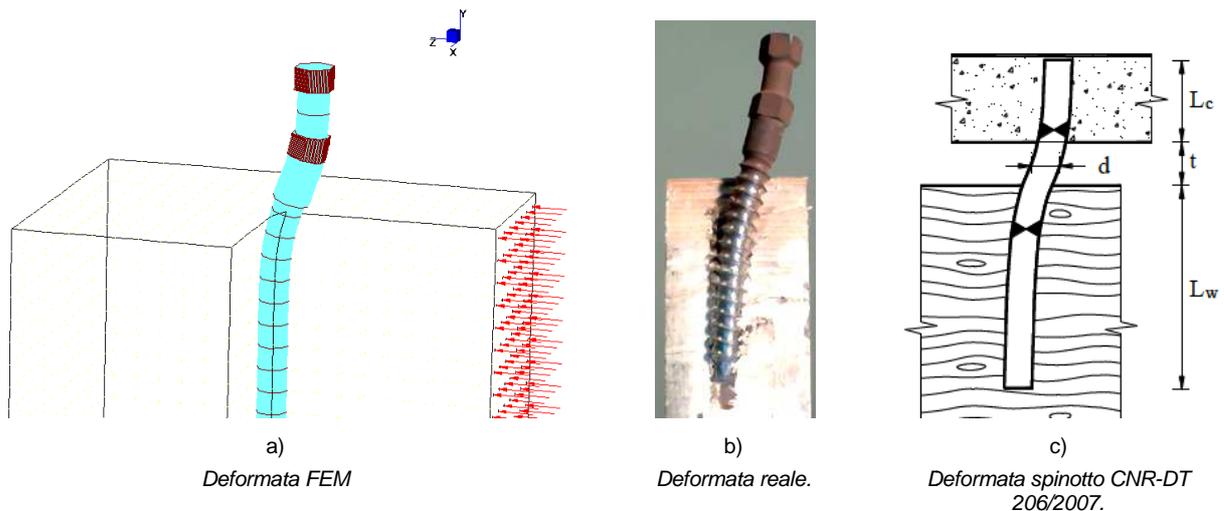


Fig. 40: Varie deformate

Dalle immagini soprastanti appare evidente che in questo primo modello, che indicheremo con FEM 1.00, la lunghezza libera di inflessione del connettore sia minore di quella che si viene a creare sottoponendo il provino ad un test sperimentale. Infatti tale modello vede il connettore collegato all'estradosso del trave in legno e all'intradosso della soletta di calcestruzzo. Il connettore, in tale situazione, presenta lunghezza libera di inflessione pari al tavolato (25 mm). Quindi ci si attende una rigidità superiore a quella esibita durante i test.

Si riportano nel seguito le previsioni FEM di questo primo modello e per confronto i valori medi introdotti nei precedenti paragrafi.

SPOSTAMENTI

Con la logica di operare un confronto ottimale con i dati sperimentali si deve scegliere quale spostamento sia il più significativo. La risposta si può trovare osservando la figura 41, in cui si riporta lo spostamento degli elementi bricks per un valore del carico applicato sull'intero provino di 100 daN.

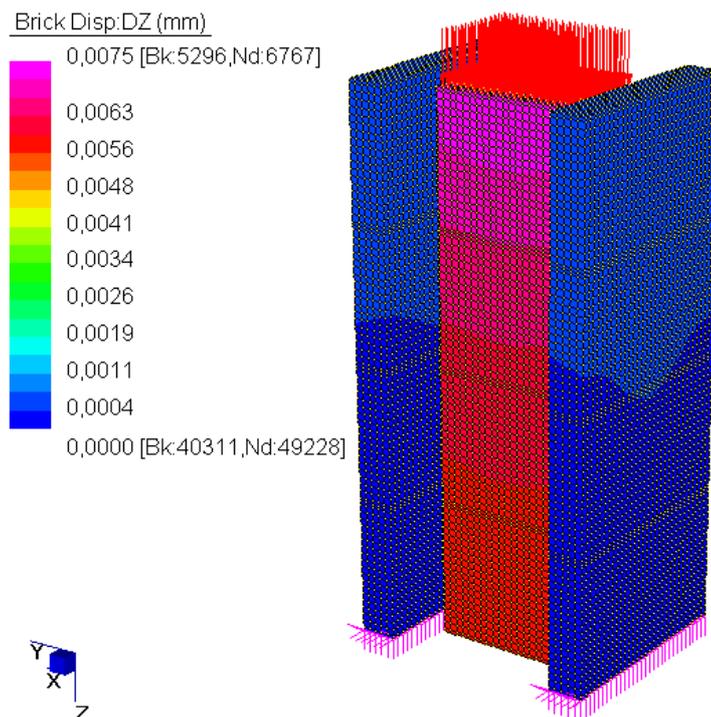


Fig. 41: Campo di spostamenti degli elementi bricks per un carico di 100 daN

Ingrandendo ulteriormente l'immagine precedente, figura 42, si può osservare che lo spostamento degli elementi *bricks* è massimo in prossimità dei primi due connettori. Proprio su questa linea ideale, costituita dall'asse longitudinale dei connettori, è stato montato il trasduttore. Appare quindi lecito confrontare il massimo spostamento del trave con i valori medi dei provini LE.AC 2 e 3.

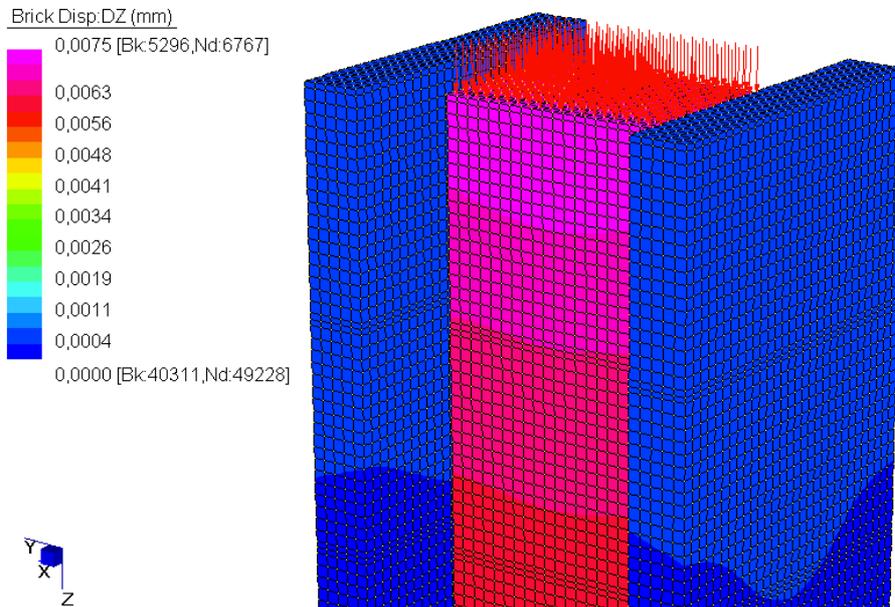
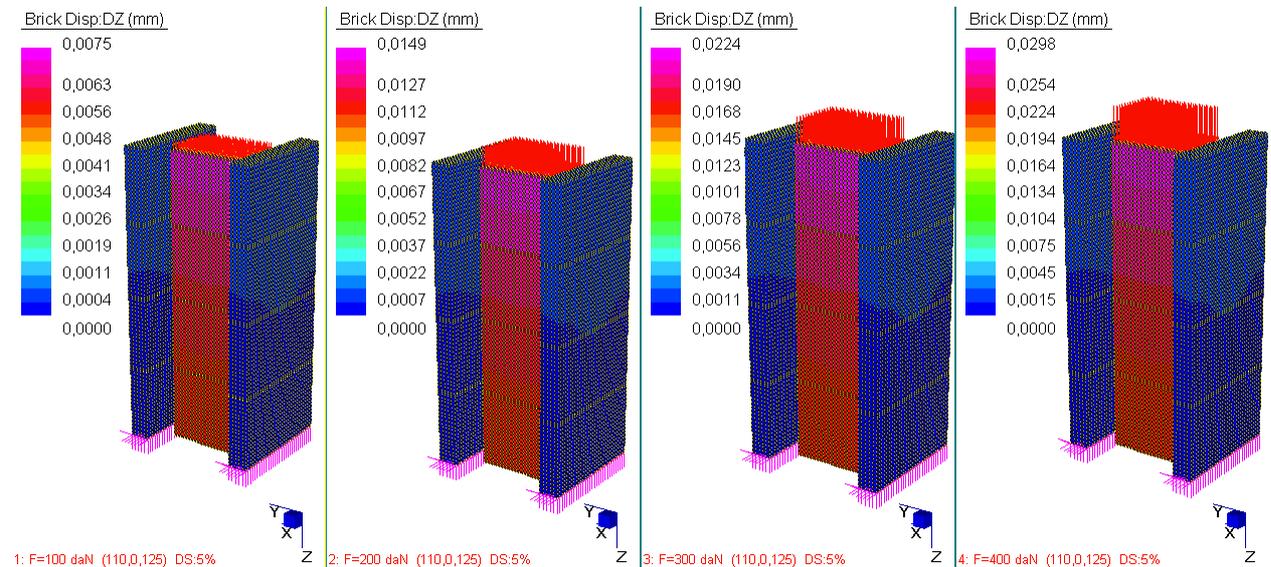


Fig. 42: Ingrandimento di una porzione del modello FEM 1.00

Dopo queste considerazioni introduttive, si riportano nel seguito i risultati dell'analisi FEM con riferimento al campo di spostamenti DZ per ciascuna combinazione di carico.



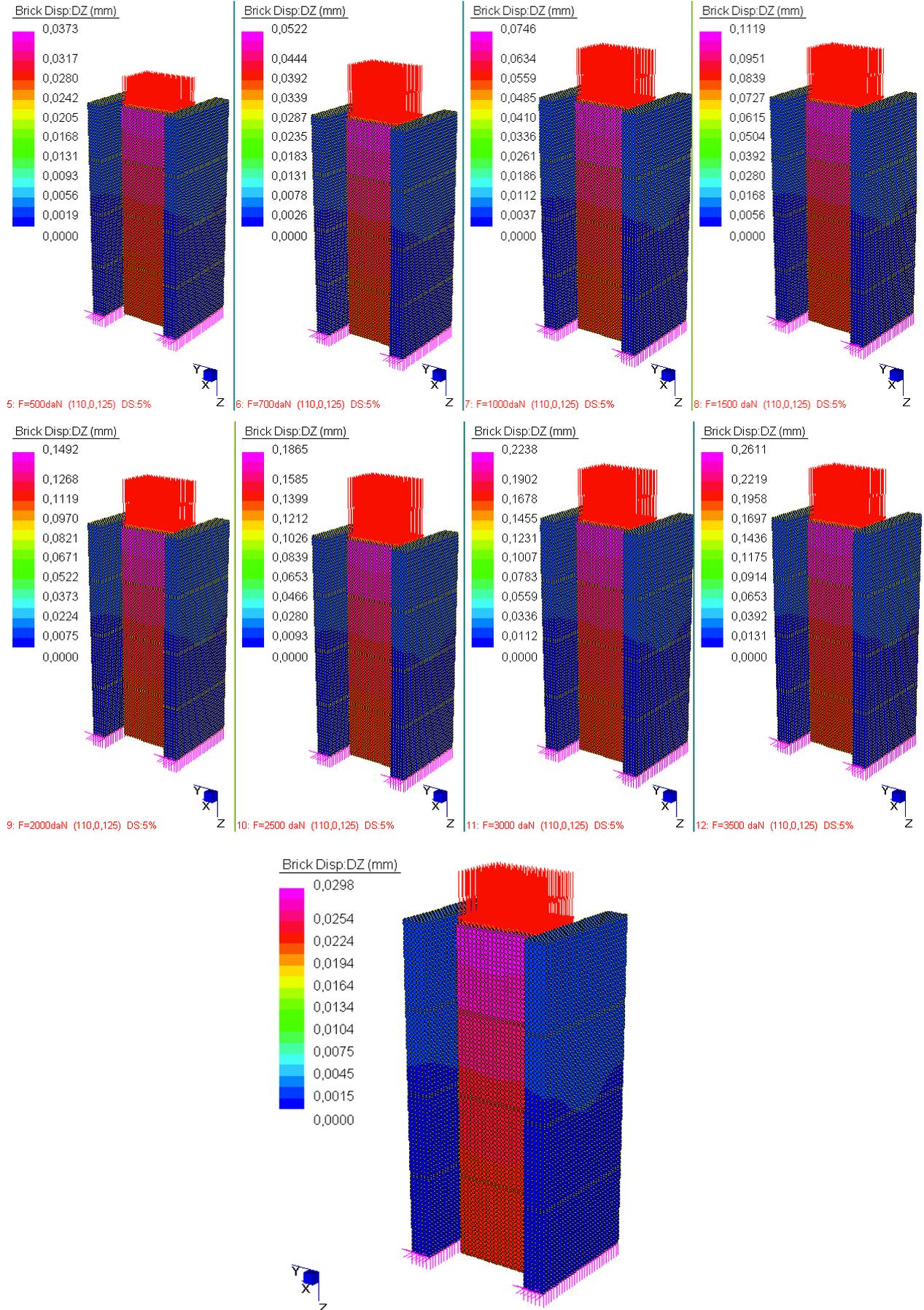


Fig. 43: Spostamento DZ per la combinazione13: F=4000 daN, modello FEM 1.00

Per riassumere e fare qualche utile considerazione, si riportano i valori numerici in tab. 10 ed i rispettivi andamenti nel grafico forza scorrimento di figura 44.

fase	carico CH2 daN	LE.AC. 2	LE.AC. 3	FEM 1.00
		scorrimento media mm	scorrimento media mm	scorrimento DZ_bricks mm
1° carico	0	0	0	0
	100	0,0018	0,0023	0,0075
	200	0,0058	0,0080	0,0149
	300	0,0120	0,0157	0,0224
	400	0,0190	0,0237	0,0298
	500	0,0273	0,0323	0,0373
	700	0,0463	0,0520	0,0522
	1000	0,0823	0,0857	0,0746
	1500	0,1575	0,1503	0,1119
	2000	0,2418	0,2240	0,1492
	2500	0,3320	0,3053	0,1865
	3000	0,4338	0,3953	0,2238
	3500	0,5418	0,4933	0,2611
	4000	0,6593	0,6007	0,2984

Tab. 10: Valori numerici Forza spostamento DZ

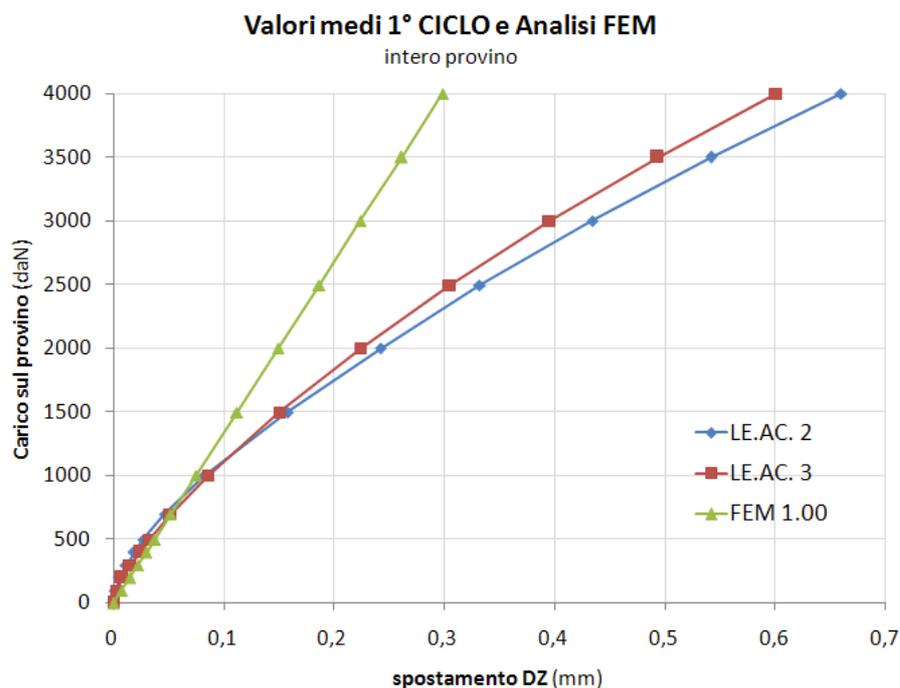
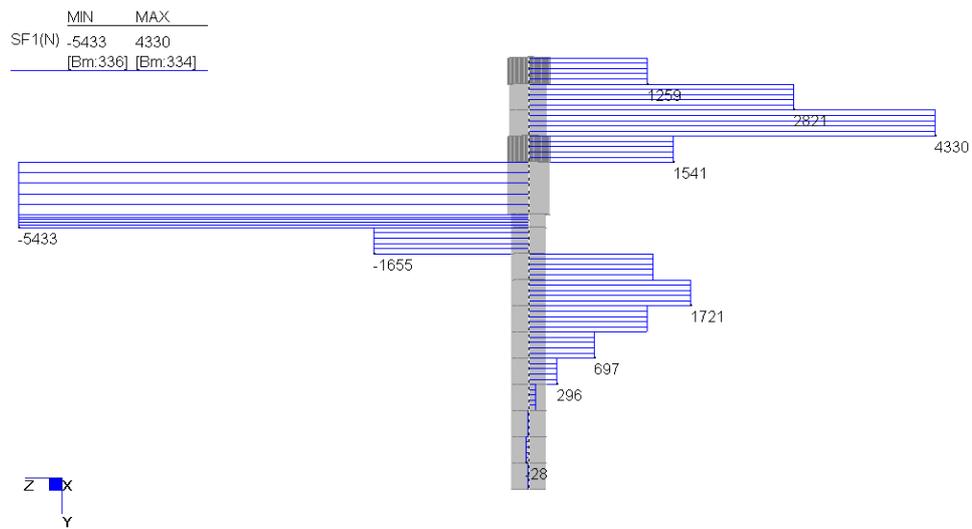


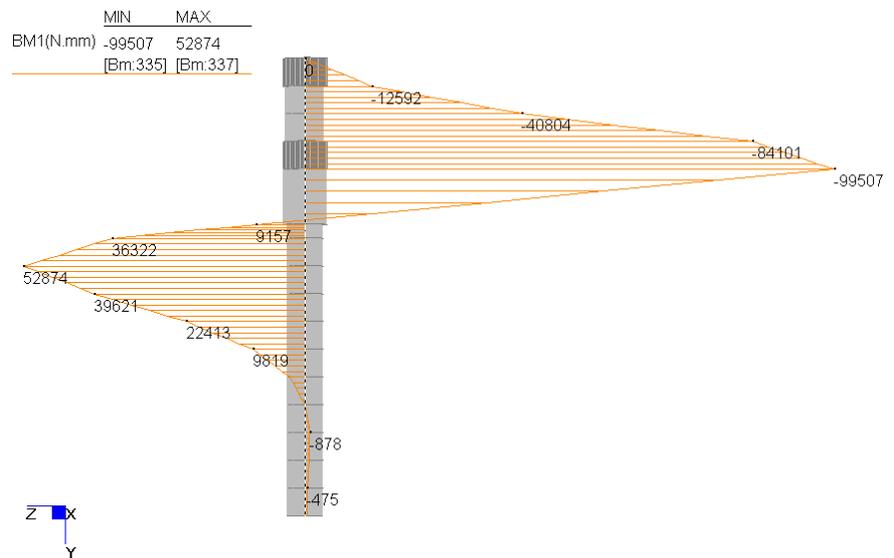
Fig. 44: Confronto analisi sperimentali e modello FEM 1.00

Con questo modello, sempre con riferimento alla curva carico-spostamento, è possibile indagare e confermare quanto affermato nei precedenti capitoli a proposito della forza di taglio assorbita da ciascun connettore, nonché lo scorrimento subito da quest'ultimo.

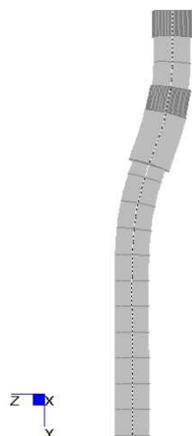
Si prende a titolo di esempio la combinazione di carico 13, alla quale corrisponde un carico impresso al trave di legno di 4000 daN. Diagrammando l'andamento del taglio (figura 45 a), e del momento in figura 45 b) è possibile ritrovare la formulazione proposta da gelfi figura 45 d).



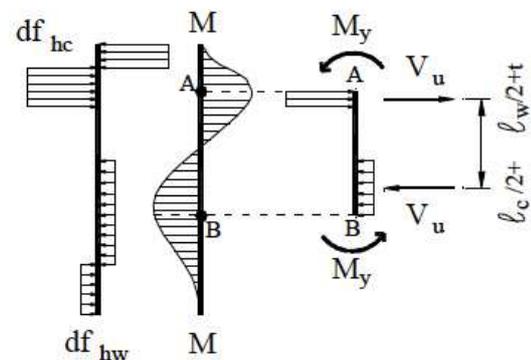
a) andamento del taglio sul connettore, modello FEM 1.00



b) andamento del Momento sul connettore, modello FEM 1.00



c) deformata del connettore



d) Modello della capacità resistente del professor Gelfi

Fig. 45

Si riportano in tabella 11.1 i valori numerici ed in figura 46 l'andamento qualitativo di questi ultimi.

fase	carico provino intero sperimentale (daN)	Forza carico/8 stimato (N)	Forza taglio sul connettore FEM 1.00 (N)	scorrimento media LE.AC. 2 (mm)	scorrimento media LE.AC. 3 (mm)	scorrimento DZ_bricks FEM 1.00 (mm)
1° carico	0	0	0	0	0	0
	100	125	136	0,0018	0,0023	0,0075
	200	250	272	0,0058	0,0080	0,0149
	300	375	407	0,0120	0,0157	0,0224
	400	500	543	0,0190	0,0237	0,0298
	500	625	679	0,0273	0,0323	0,0373
	700	875	950	0,0463	0,0520	0,0522
	1000	1250	1358	0,0823	0,0857	0,0746
	1500	1875	2037	0,1575	0,1503	0,1119
	2000	2500	2717	0,2418	0,2240	0,1492
	2500	3125	3396	0,3320	0,3053	0,1865
	3000	3750	4075	0,4338	0,3953	0,2238
	3500	4375	4754	0,5418	0,4933	0,2611
	4000	5000	5433	0,6593	0,6007	0,2984

Tabella 11.1: Confronto tra i dati sperimentali e numerici su singolo connettore

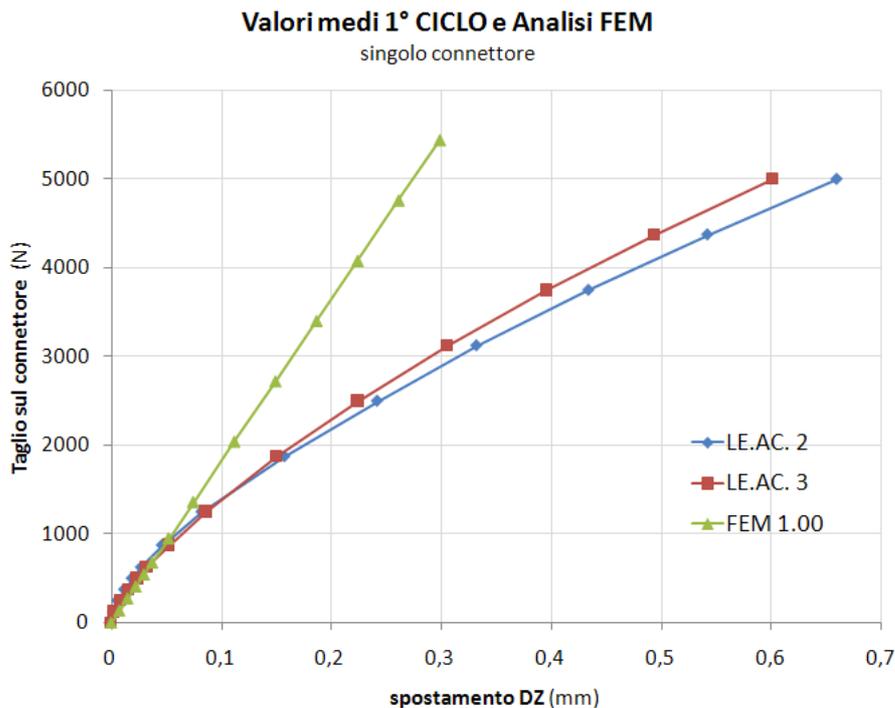
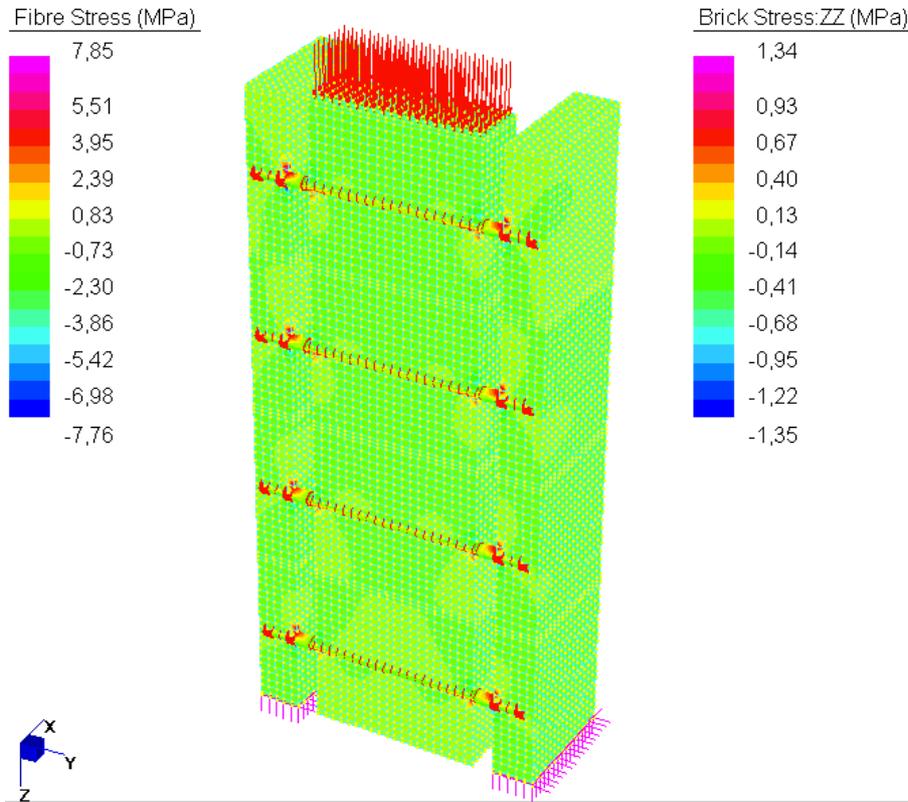


Fig. 46: Curva carico-spostamento per il singolo connettore

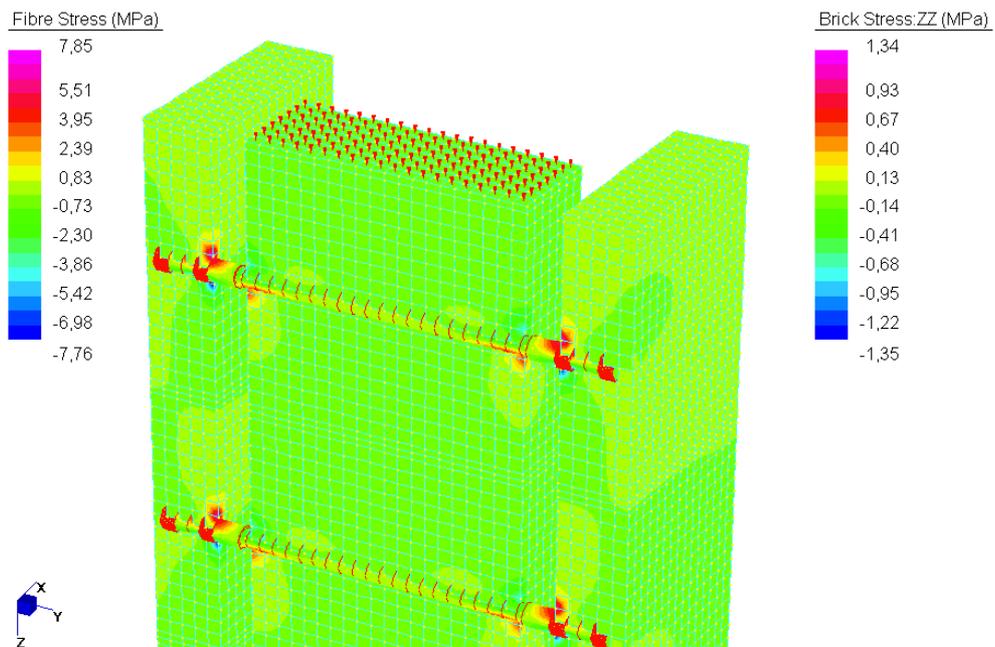
Come già anticipato la rigidità di questo primo modello è di molto superiore a quella mostrata nelle prove sperimentali, infatti si ha a che fare con una rigidità *FEM* iniziale di 18200 N contro i 10600 N che si erano stimati nel capitolo 3. Questo fatto, ancora una volta, è riconducibile alla esigua lunghezza libera di inflessione adottata in questo modello. Risulta pertanto utile sganciare qualche nodo tra connettori-trave di legno e connettori-solette in calcestruzzo con lo scopo di aumentare la luce libera di inflessione a causa di probabili plasticizzazioni dovuta ai materiali a contatto con il connettore. Questo verrà affrontato nel seguito, subito dopo aver indagato il campo tensionale negli elementi solidi.

TENSIONI

Il modello FEM, consente di studiare le tensioni che si generano nei vari materiali per ciascuna condizione di carico implementata. A titolo di esempio si riporta, in figura 47, la condizione di carico pari a 100 daN.



a) Tensioni ZZ e total fibre per la combinazione di carico 1



b) Ingrandimento. Tensioni ZZ e total fibre per la combinazione di carico 1

Fig.47

In tabella 11.2 si riportano invece i valori numerici delle tensioni massime nei materiali. Si fa notare che i valori massimi si registrano all'interfaccia tra soletta in calcestruzzo e tavolato, ovvero tra quest'ultimo ed il trave in legno, con formazione di cerniere plastiche.

Load Cases	TRAVE Brick stress ZZ [Mpa]		SOLETTA Brick stress ZZ [Mpa]		CONNETTORE Total Fibre [Mpa]	
	Traz.	Compr.	Traz.	Compr.	Traz.	Compr.
1) F=100 daN	+0,71	-0,77	+1,34	-1,35	+7,85	-7,76
2) F=200 daN	+1,42	-1,54	+2,68	-2,71	+15,70	-15,52
3) F=300 daN	+2,13	-2,31	+4,02	-4,06	+23,55	-23,28
4) F=400 daN	+2,84	-3,08	+5,35	-5,42	+31,40	-31,04
5) F=500 daN	+3,55	-3,84	+6,69	-6,77	+39,25	-38,79
6) F=700 daN	+4,97	-5,38	+9,37	-9,48	+54,95	-54,31
7) F=1000 daN	+7,10	-7,69	+13,39	-13,55	+78,51	-77,59
8) F=1500 daN	+10,65	-11,54	+20,08	-20,32	+117,76	-116,38
9) F=2000 daN	+14,20	-15,38	+26,77	-27,10	+157,01	-155,18
10) F=2500 daN	+17,74	-19,23	+33,46	-33,87	+196,26	-193,97
11) F=3000 daN	+21,29	-23,08	+40,16	-40,64	+235,52	-232,77
12) F=3500 daN	+24,84	-26,92	+46,85	-47,42	+274,77	-271,56
13) F=4000 daN	+28,39	-30,77	+53,54	-54,19	+314,02	-310,35

Tab 11.2: Tensioni nei vari materiali del modello FEM 1.00

Considerazioni:

- 1) Per valori di carico inferiori a 2500 daN sull'intero provino, cui corrisponde un taglio di 3396 N su ciascun connettore, i materiali non sono ancora plasticizzati, se si considera circa 20 Mpa come valore limite per il rifollamento nel legno;
- 2) Tale modello, come si evince dai valori numerici, fornisce tensioni positive e negative per il legno e per il calcestruzzo. Tale aspetto è insito nella natura del modello stesso, ma rappresenta un limite assai restrittivo per l'utilizzo dei dati poiché il connettore condivide alcuni nodi con gli elementi solidi generando in questi trazioni non plausibili;
- 3) Alla luce di tale difetto si nota che il calcestruzzo, per ciascuna condizione di carico, rimane entro il valore di rifollamento assunto e pari a circa 120 Mpa;
- 4) Il connettore ha come caratteristica una elevata resistenza a snervamento che è pari a circa 850 Mpa, valore questo che non viene mai raggiunto nel primo ciclo di carico.

4.1.7 Lunghezza libera di inflessione

Dal precedente studio si è visto che la rigidità numerica della connessione risulta sovrastimata, a causa di plasticizzazioni dei materiali che tale modellazione non è in grado di cogliere. Nelle sperimentazioni reali nell'intorno del connettore, e all'interfaccia con il legno e con il calcestruzzo, si realizzano picchi di tensione, e quindi rifollamenti dei materiali. Il materiale una volta raggiunto il valore di rifollamento non è più in grado di offrire una resistenza ed il connettore subisce incrementi di scorrimento per valori costanti di forza applicata.

Il modello FEM deve quindi essere modificato per poter cogliere al meglio tale aspetto. Una tecnica che si propone è quella di aumentare la lunghezza libera di inflessione del piolo, staccando qualche nodo in modo tale da renderlo meno rigido e simulare così l'effetto della mancanza di materiale reagente a compressione. A tal fine si sono studiati altri due modelli, identici al primo, ove sono state modificate le lunghezze libere di inflessione del piolo come segue:

MODELLO	Lunghezza libera di inflessione [mm]
FEM 1.00	25
FEM 1.01	45
FEM 1.02	55

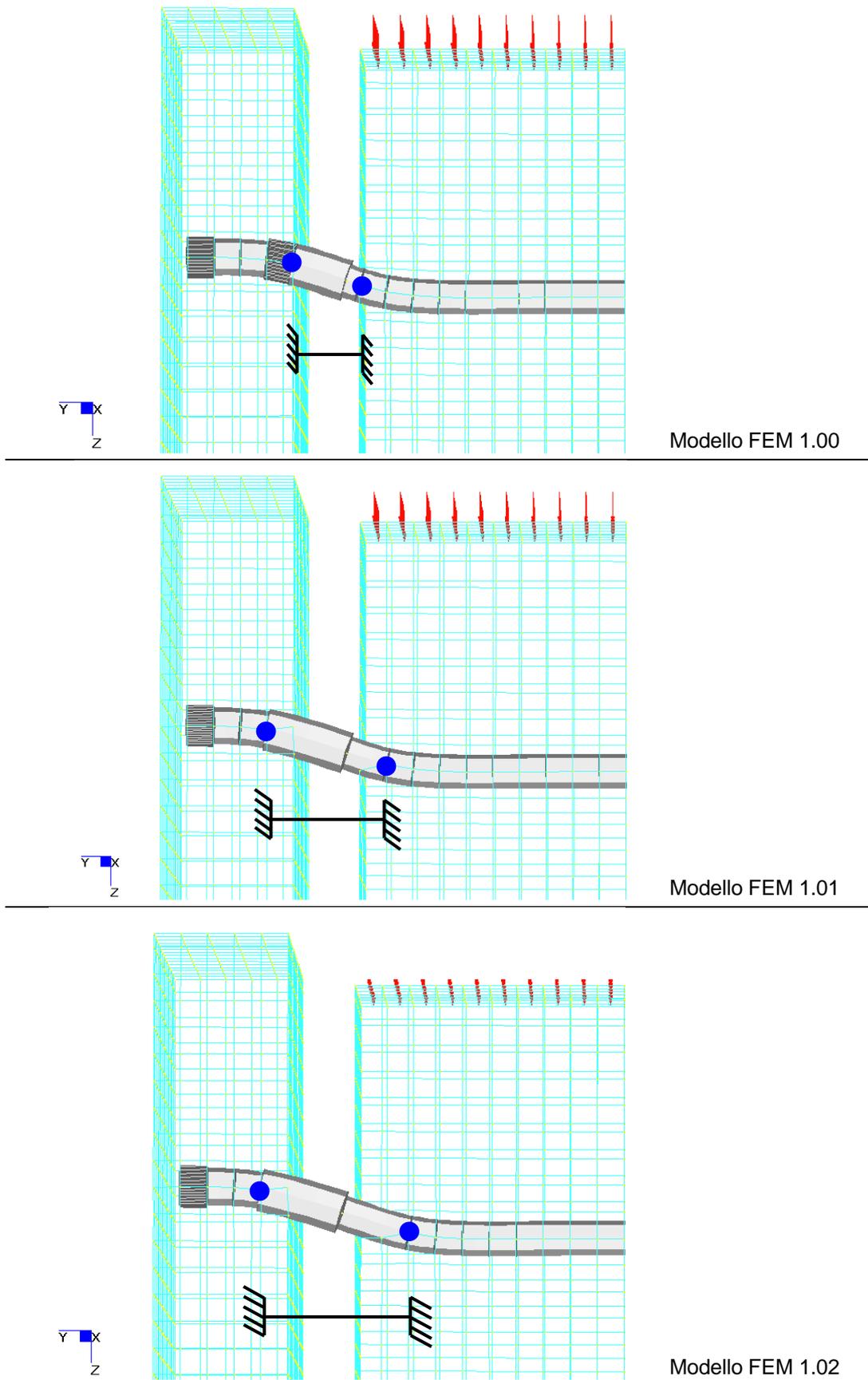


Fig. 48: Lunghezza libera di inflessione per ciascun modello FEM

Si riportano di seguito i valori numerici ottenuti dall'analisi, tab. 12, mentre in figura 49 l'andamento qualitativo delle curve di ciascun modello a confronto con i dati sperimentali.

fase	carico CH2 daN	LE.AC. 2	LE.AC. 3	FEM 1.00	FEM 1.01	FEM 1.02	
		scorrimento media mm	scorrimento media mm	scorrimento DZ_bricks mm	scorrimento DZ_bricks mm	scorrimento DZ_bricks mm	
		Lunghezza libera di inflessione			25 mm	45 mm	55 mm
1° carico	0	0	0	0	0	0	
	100	0,0018	0,0023	0,0075	0,0129	0,0177	
	200	0,0058	0,0080	0,0149	0,0258	0,0355	
	300	0,0120	0,0157	0,0224	0,0387	0,0532	
	400	0,0190	0,0237	0,0298	0,0516	0,0709	
	500	0,0273	0,0323	0,0373	0,0645	0,0887	
	700	0,0463	0,0520	0,0522	0,0904	0,1241	
	1000	0,0823	0,0857	0,0746	0,1291	0,1773	
	1500	0,1575	0,1503	0,1119	0,1936	0,2660	
	2000	0,2418	0,2240	0,1492	0,2581	0,3547	
3° carico	2500	0,3320	0,3053	0,1865	0,3227	0,4433	
	3000	0,4338	0,3953	0,2238	0,3872	0,5320	
	3500	0,5418	0,4933	0,2611	0,4518	0,6207	
	4000	0,6593	0,6007	0,2984	0,5163	0,7093	
	6000	1,2080	1,1187	0,4476	0,7744	1,0640	
	8000	1,9020	1,8457	0,5968	1,0326	1,4187	
	10000	2,9490	2,7873	0,7460	1,2907	1,7734	
	12000	4,7770	4,3017	0,8952	1,5489	2,1280	
			Rigidezza [N/mm]	Rigidezza [N/mm]	Rigidezza [N/mm]		
			16756	9684	7049		

Tab 12: Valori numerici a confronto

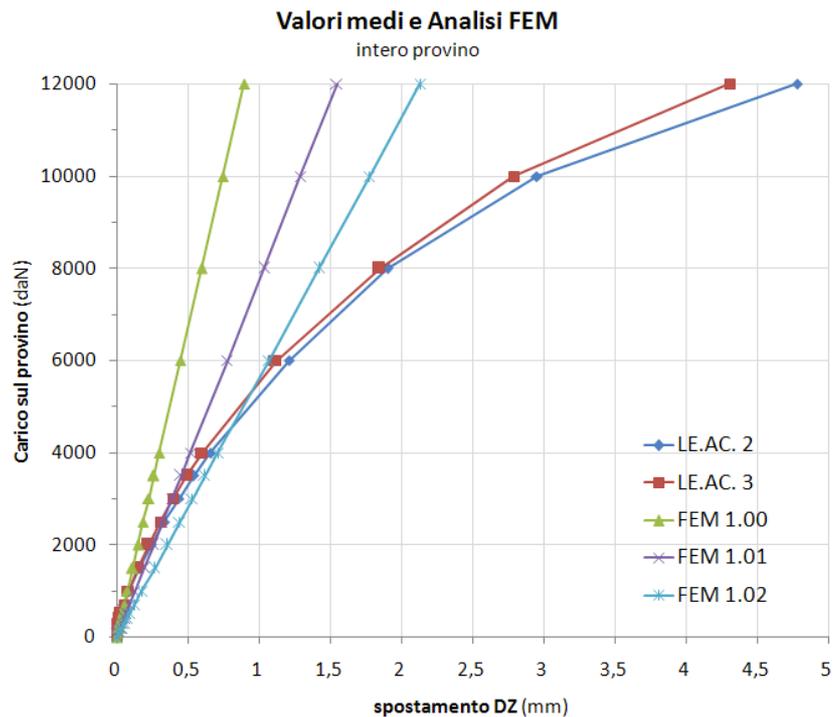


Fig. 49: Confronto tra le rigidezze dell'analisi FEM ed i dati sperimentali per il provino intero

Per bassi valori di carico applicati al modello, è logico attendersi che i materiali conservano le caratteristiche di linearità, ed è quindi plausibile che il connettore possa scorrere come se fosse doppiamente incastrato tra l'estradosso della trave ed intradosso della soletta. Questo comportamento è mostrato in fig. 48, modello *FEM* 1.00, in cui il connettore condivide i due nodi (in blu) degli elementi bricks di trave e soletta a distanza di 25 mm.

Osservando la tabella 12 e la figura 49, si nota come la rigidezza del modello *FEM* 1.00, rappresenti una buona approssimazione delle curve sperimentali fino a valori di carico sull'intero provino di 1000 daN, a cui corrisponde una rigidezza del singolo connettore pari a 16756 N/mm.

Per valori di carico superiori a 1000 daN, il modello *FEM* 1.00 diviene inadeguato. Si può pensare allora di riferirsi al modello *FEM* 1.01 in cui l'effetto della plasticizzazione è rappresentato dall'aver aumentato di 10 mm sia nel legno che nel calcestruzzo la lunghezza libera del connettore per un totale di 45 mm, figura 48. La curva *FEM* di questo secondo modello è prossima ai dati sperimentali per valori di carico pari a 2500 daN, ove gli scorrimenti numerici e sperimentali differiscono di un 3% (tabella 12 riquadri blu) e la rigidezza numerica è pari a 9684 N/mm. Si registra una diminuzione di rigidezza pari al 42% per effetto delle plasticizzazioni.

Come più volte ripetuto, il calcestruzzo è dotato di una resistenza a rifollamento circa 6 volte maggiore rispetto al legno. Alla luce di tale considerazione, il modello *FEM* 1.02 prevede un'aumento della lunghezza libera di inflessione del connettore pari a 10 mm nella sola trave di legno, per un totale di 55 mm. Valori confrontabili si possono ottenere per carichi di circa 6000 daN, cui corrisponde un valore di rigidezza di ciascun piolo pari a 7049 N/mm. La diminuzione di rigidezza è dell'ordine del 58 %.

4.1.8 Conclusioni

In questo paragrafo, si è descritta un'analisi numerica che ha permesso di comprendere meglio i fenomeni locali che insorgono al contatto tra materiali con differente rigidezza. Infatti, nell'intorno del connettore per carichi crescenti, i materiali subiscono uno schiacciamento venendo meno così la loro capacità di offrire resistenza.

La plasticizzazione locale della soletta e del legno può essere messa in conto ipotizzando l'assenza di materiale ove si raggiunga il valore di rifollamento, ed operativamente in campo *FEM* staccando qualche nodo del connettore. Si sono studiati dunque dei modelli numerici con diverse lunghezze di inflessione del connettore. Da questi è stato dunque possibile capire in che misura avviene la riduzione di rigidezza per i fenomeni in questione. Si riportano di seguito i risultati ottenuti con riferimento alla rigidezza del singolo connettore al variare della lunghezza libera di inflessione:

MODELLO	Lunghezza libera di inflessione [mm]	Rigidezza iniziale [N/mm]
<i>FEM</i> 1.00	25	16756
<i>FEM</i> 1.01	45	9684
<i>FEM</i> 1.02	55	7049

Il rifollamento dei materiali, studiato mediante l'aumento di lunghezza libera di inflessione da 25 a 45 mm, comporta una riduzione della rigidezza del sistema pari a circa al 40%. Un ulteriore incremento di lunghezza libera pari a 10 mm nel legno, poiché è il materiale più tenero, riduce al 60% il valore di rigidezza iniziale.

Sommando i risultati dei modelli precedentemente analizzati, si è in grado di cogliere parzialmente la non linearità della connessione dovuta ai materiali impiegati, mentre risultano inadeguati se presi singolarmente.

Per quanto riguarda il singolo connettore, in figura 50 viene riportata la deformazione subita al termine della sperimentazione e quella numerica mediante il numerico *FEM* 1.03. Quest'ultimo modello considera una lunghezza libera di inflessione di 55 mm, mentre nella realtà si osserva che a rottura il materiale non reagente è molto di più. Per cogliere quindi il comportamento ultimo sarebbe necessario staccare almeno un altro nodo nella soletta e nel legno ottenendo qualitativamente una lunghezza libera di 75 mm.

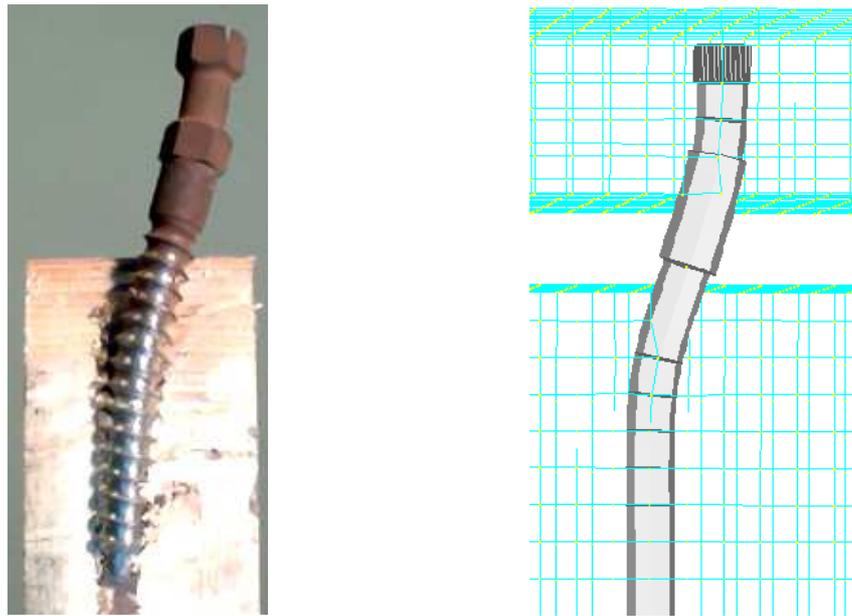


Fig. 50: Deformazione Reale (a destra) ed analitica (sinistra) del connettore.

Si è visto che è stato possibile determinare un punto per ciascuno dei tre modelli FEM in cui le curve numeriche corrispondono alle curve sperimentali. In questi punti si può valutare lo stato tensionale del connettore e valutare quindi l'effetto della lunghezza libera di inflessione sul connettore, figura 51 a, b, c.

Questi dati si possono interpretare nel seguente modo. Fino a 1000 daN applicati al provino, la lunghezza libera del connettore è pari a 25 mm e lo stato tensionale dei materiali è certamente entro i valori elastici.

Da 1000 a 2500 daN, si può assecondare l'andamento sperimentale immaginando di incrementare la lunghezza libera di inflessione da 25 a 45 mm; il connettore non è ancora snervato poiché si osservano tensioni massime pari a 350 Mpa (pari ad un terzo circa del limite a snervamento).

Da 2500 a 6000 daN, la lunghezza libera di inflessione passa da 45 a 55 mm, si registrano tensioni massime di 998 Mpa che sono superiori allo snervamento del connettore (850 Mpa).

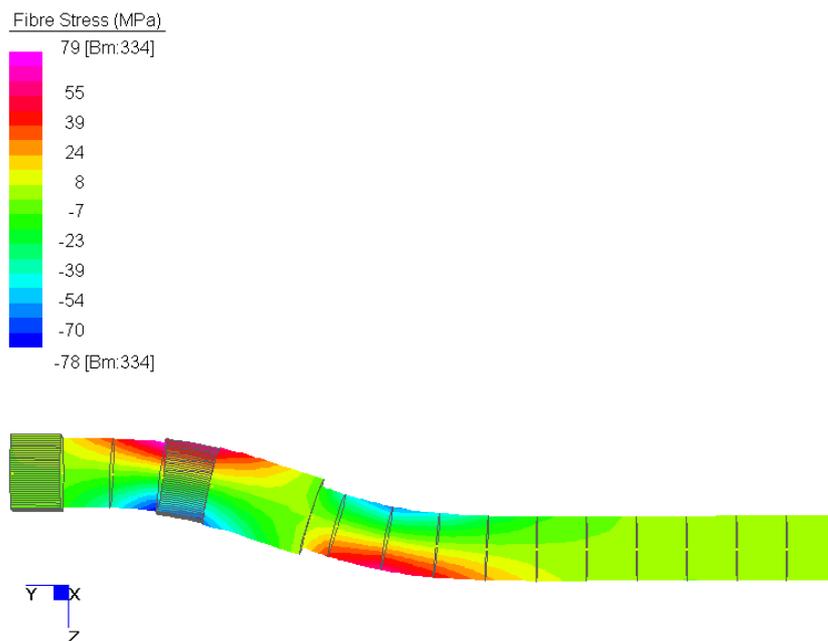


Fig. 51 a: Stato tensionale del connettore modello FEM 1.00 e carico applicato di 1000 daN.

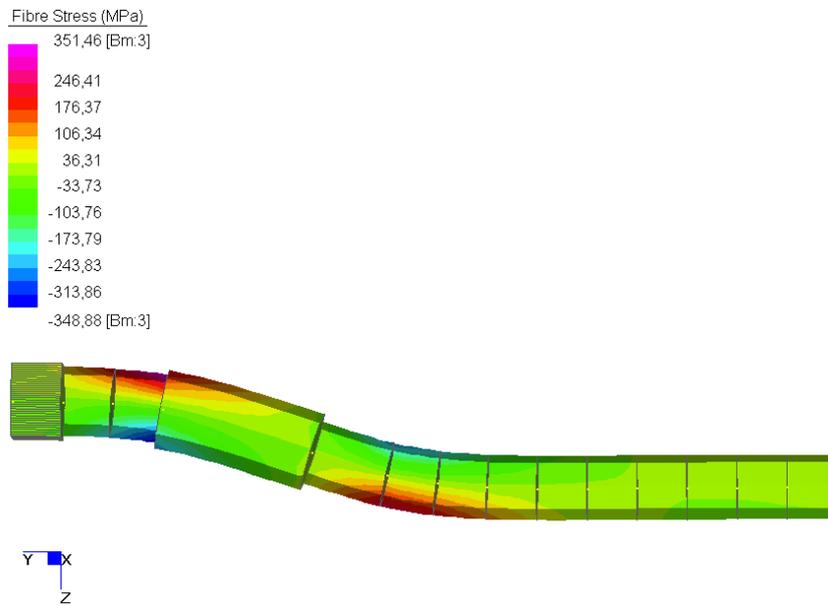


Fig. 51 b: Stato tensionale del connettore modello FEM 1.01 e carico applicato di 2500 daN.

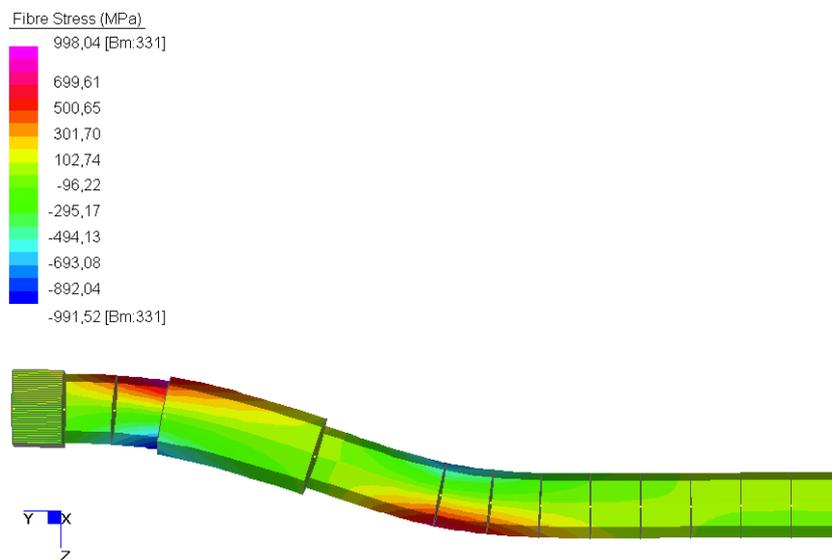
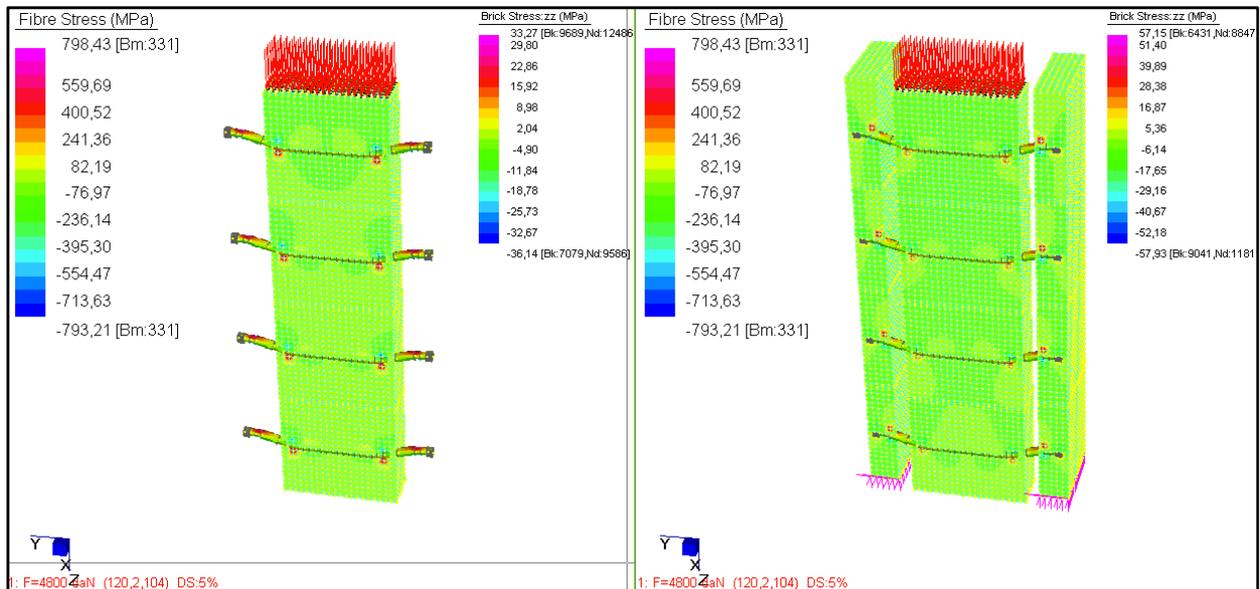


Fig. 51 c: Stato tensionale del connettore modello FEM 1.02 e carico applicato di 6000 daN.

Infine, questi modelli FEM consentono di confermare le ipotesi assunte per il modello bilineare. In quest'ultimo si era stabilito in modo arbitrario un comportamento lineare teorico per valori di forza sul singolo connettore sino a 6000 N, cui corrispondono 4800 daN applicati all'intero provino. Considerando il modello FEM 1.02 e la figura 49 si nota una buona corrispondenza in corrispondenza di un valore della forza di 4800 daN. Se quindi si lancia un'analisi con questo valore di carico applicato al modello FEM 1.02 si possono indagare i valori di tensione riportati qui di seguito.

	Load Cases	TRAVE Brick stress ZZ [Mpa]		SOLETTA Brick stress ZZ [Mpa]		CONNETTORE Total Fibre [Mpa]	
		Traz.	Compr.	Traz.	Compr.	Traz.	Compr.
FEM 1.02	F=4800 daN	+33,27	-36,14	+57,15	-57,93	+798,43	-793,21



Dai risultati si evince che solamente il legno supera il limite di rifollamento (assunto di 20 Mpa) e pertanto si conclude che il modello bilineare rappresenta una sufficiente approssimazione dei risultati sperimentali se si considera, ancora una volta, i già citati difetti del modello numerico che comportano picchi di tensione discutibili. Oltre il limite convenzionale di 6000 N si raggiunge la plasticizzazione del connettore con formazione di una cerniera plastica in grado di mutare lo schema statico della connessione e consentendo rotazioni del connettore stesso che si traducono in maggiori scorrimenti per taglio (incrudimento della connessione e corrispondente abbassamento di rigidità, ramo plastico).

4.2 Travi composte

4.2.1 Introduzione

Nei precedenti capitoli si è svolta un'analisi volta a definire le caratteristiche di rigidità del sistema misto legno-calcestruzzo mediante l'utilizzo dei connettori a secco Al-fer s.r.l. Si è introdotto un modello elasto-plastico, tramite la curva forza-spostamento, valido per travi di legno massiccio di classe approssimativamente C18 e soletta in calcestruzzo tipo C25/30.

Si vuole ora discutere una applicazione ad un caso pratico di dimensionamento di una trave reale mista legno-calcestruzzo connessa mediante i connettori in questione. Per farlo sarà necessario introdurre il metodo analitico, disponibile in letteratura, da cui si ricavano le sollecitazioni sui singoli componenti. Per confronto, verrà poi proposto un modello numerico agli elementi finiti di facile ed immediato utilizzo.

4.2.2 Teoria delle travi composte

L'accoppiamento di due o più elementi strutturali lavoranti a flessione, tramite l'utilizzo di sistemi di connessione semirigida, consente di realizzare strutture di tipo composto. L'efficienza dell'elemento strutturale composto risulta tanto più elevata quanto più i sistemi di connessioni risultano rigidi (ovvero quanto più impediscono gli spostamenti relativi tra le superfici a contatto degli elementi componenti). Il comportamento statico reale della struttura composta inflessa risulterà quindi intermedio tra i casi estremi:

- 1) rigidità nulla (collegamento inefficace ai fini dello scorrimento, $k = 0$);
- 2) rigidità infinita (collegamento rigido con scorrimento impedito, $k = \infty$).

Il parametro k definisce la rigidità specifica (per unità di lunghezza) del sistema di connessione, ipotizzando che il suo effetto si possa comunque pensare distribuito lungo l'asse della trave anche quando la connessione stessa è di tipo puntuale (come avviene nella maggior parte dei casi).

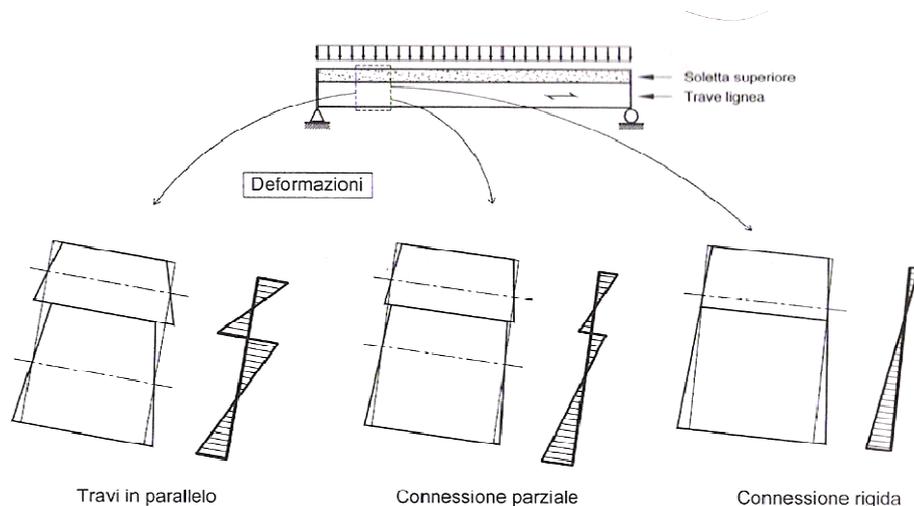


Fig. 52: Distribuzione delle deformazioni per flessione in una trave composta in funzione della rigidità di connessione

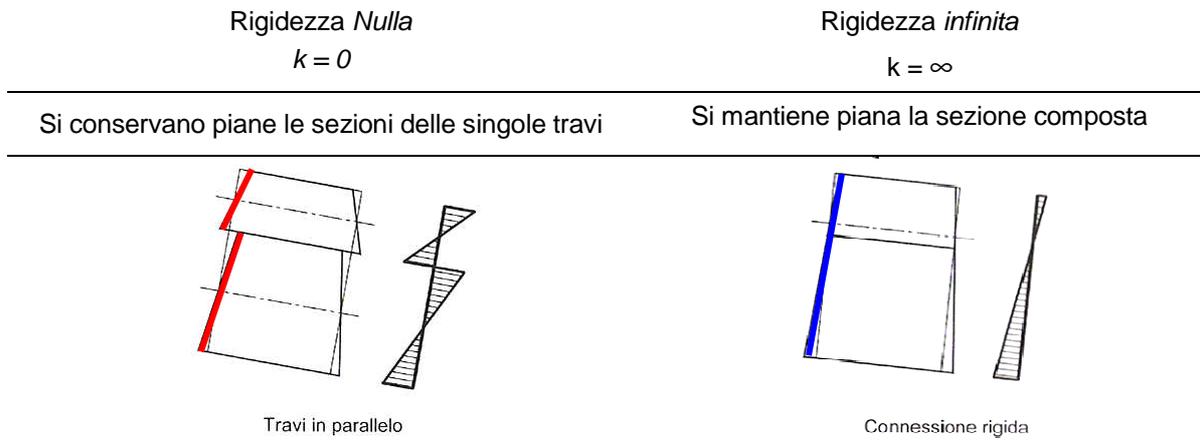
(Ballerini et al., 2002)

Come è visibile in figura 52, ad un incremento di rigidità della connessione corrisponde un innalzamento dell'asse neutro, con un corrispondente incremento di zona tesa, nella trave in legno inferiore (a cui corrisponde una diminuzione della massima deformazione). A ciò si accompagna una diminuzione di curvatura della struttura composta.

Nei casi limite di rigidità nulla e rigidità infinita, gli stati tensionale e deformativo possono essere determinati basandosi sulla teoria classica degli elementi inflessi, ossia ritenendo valida l'ipotesi di Bernoulli sulla conservazione delle sezioni piane da cui discende la ben nota relazione tra momento sollecitante e curvatura della trave:

$$\chi = -\frac{M}{EJ}$$

Si può quindi distinguere per ciascun caso:



4.2.2.1 Rigidezza Nulla

In questa situazione non si mantiene piana la generica sezione globale di trave, lo stato tensionale e deformativo della struttura mista risulterà quello mostrato in figura 53a.

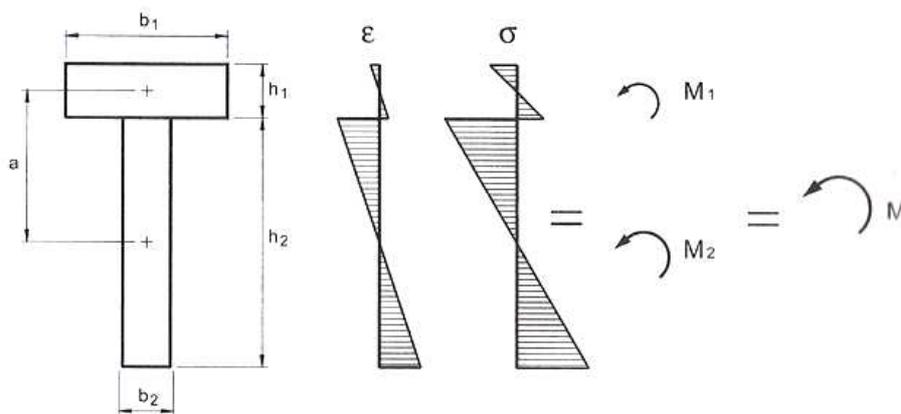


Fig. 53a: Deformazioni e tensioni da flessione in una trave composta con connessione a rigidezza nulla

Per la congruenza sulla spostamento trasversale, le due travi presenteranno comunque la medesima curvatura in sezioni inizialmente di medesima ascissa x , misurata a partire da una estremità della trave (figura 53b).

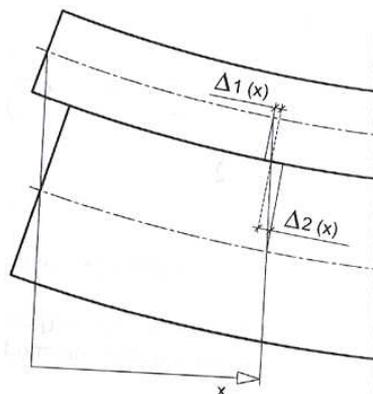


Fig. 53b: scorrimento all'interfaccia

Il sistema può essere visto come formato da due travi funzionanti “in parallelo”, e quindi la rigidezza flessionale della trave composta può essere calcolata come segue:

$$(EJ)_0 = \sum_i E_i \cdot J_i = \frac{1}{12} (E_1 b_1 h_1^3 + E_2 b_2 h_2^3)$$

Il momento sollecitante $M(x)$ si ripartisce sulle travi proporzionalmente alle rispettive rigidezze. Infatti, viste le ipotesi di congruenza e considerando valida l'ipotesi di mantenimento delle sezioni piane per i singoli elementi sottoposti a flessione, si ottiene:

$$w_1'' = w_2'' = w'' = -\frac{M_1}{E_1 J_1} = -\frac{M_2}{E_2 J_2} = -\frac{M}{(EJ)_0}$$

Si possono quindi conoscere i momenti sollecitanti le due sezioni in funzione del momento esterno sollecitante:

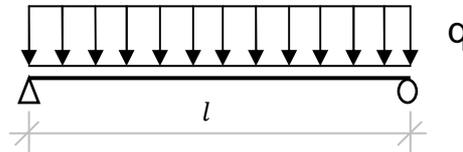
$$M_1(x) = -\frac{E_1 J_1}{(EJ)_0} M(x)$$

$$M_2(x) = -\frac{E_2 J_2}{(EJ)_0} M(x)$$

Si può infine valutare lo scorrimento all'interfaccia tra le due sezioni:

$$\delta(x) = \Delta_1(x) + \Delta_2(x) = \int_x^{l/2} \frac{h_1/2}{(EJ)_0} M(x) dx + \int_x^{l/2} \frac{h_2/2}{(EJ)_0} M(x) dx = \frac{a}{(EJ)_0} \int_x^{l/2} M(x) dx$$

Nel caso di trave in semplice appoggio con carico uniformemente distribuito sull'intera luce si ottiene:



$$\delta(x) = \frac{qa}{24(EJ)_0} (l^3 - 6lx^2 + 4x^3)$$

Lo scorrimento risulta nullo in mezzeria e massimo agli appoggi, dove si trova il seguente valore:

$$\delta(x)_{max} = \frac{qa}{24(EJ)_0} l^3$$

4.2.2.2 Rigidezza Infinita

La generica sezione globale di trave composta si mantiene piana, con assenza di scorrimenti all'interfaccia trave-soletta. Rispetto al caso limite precedente, il momento sollecitante $M(x)$ risulta essere equilibrato, oltre che dai momenti M , anche dalla coppia offerta dalle azioni assiali N_1 e N_2 . Lo stato tensionale e deformativo della sezione composta risulterà dunque simile a quanto illustrato in figura 54.

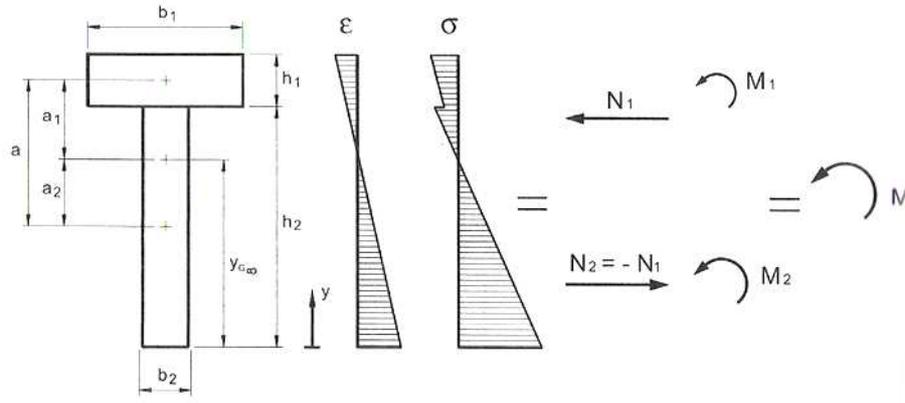


Fig. 54: Deformazioni e tensioni da flessione in una trave composta con connessione rigida

Si può calcolare la posizione del baricentro della sezione globale, pesato con i pertinenti moduli di elasticità dei materiali, a partire dal lembo inferiore, nel modo seguente:

$$y_{G\infty} = \frac{E_1 A_1 \left(h_2 + \frac{h_1}{2} \right) + E_2 A_2 \frac{h_2}{2}}{\sum_i E_i A_i} = \frac{h_2}{2} + \frac{E_1 A_1}{\sum_i E_i A_i} a$$

Le distanze dei baricentri dei singoli elementi da quello dell'intera sezione sono:

$$a_1 = h_2 + \frac{h_1}{2} - y_{G\infty} = \frac{E_2 A_2}{\sum_i E_i A_i} a = \frac{(EA)_0}{E_1 A_1} a$$

$$a_2 = y_{G\infty} - \frac{h_2}{2} = \frac{E_1 A_1}{\sum_i E_i A_i} a = \frac{(EA)_0}{E_2 A_2} a$$

$$(EA)_0 = \frac{E_1 A_1 \cdot E_2 A_2}{\sum_i E_i A_i} a = \frac{1}{\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2}}$$

La rigidezza flessionale della sezione composta può quindi essere calcolata tramite il teorema di trasposizione, essendo $(EJ)_0$ la rigidezza flessionale del sistema con rigidezza di connessione nulla:

$$(EJ)_\infty = \sum_i E_i \cdot J_i + \sum_i E_i A_i a_i^2 = (EJ)_0 + (EA)_0 \cdot a^2$$

Con le usuali ipotesi di congruenza, $w_1'' = w_2'' = w''$, si possono derivare le sollecitazioni nei due elementi componenti:

$$M_1(x) = -\frac{E_1 J_1}{(EJ)_\infty} M(x)$$

$$M_2(x) = -\frac{E_2 J_2}{(EJ)_\infty} M(x)$$

Attraverso la relazione di equilibrio, $M = M_1 + M_2 + N \cdot a$, si ottiene la seguente espressione per l'azione normale sollecitante N_1 o N_2 , a meno del segno:

$$N(x) = N_{\infty}(x) = \frac{(EA)_0 \cdot a}{(EJ)_{\infty}} M(x)$$

La sollecitazione di scorrimento all'interfaccia trave-soletta si calcola tramite derivazione dell'azione assiale:

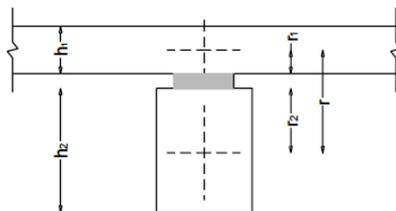
$$V_{S\infty}(x) = N'_{\infty}(x) = \frac{(EA)_0 \cdot a}{(EJ)_{\infty}} \cdot \frac{dM(x)}{dx} = \frac{(EA)_0 \cdot a}{(EJ)_{\infty}} V(x)$$

4.2.2.3 Connessione Semirigida

Nelle situazioni intermedie con collegamento semirigido, a causa dello scorrimento relativo tra trave e soletta, il comportamento statico reale delle strutture composte in oggetto può essere ricondotto allo schema di due travi in parallelo, collegate mediante una connessione deformabile. La trattazione generale elastica di questo problema è stata fornita da Newmark et al. (1951), con le seguenti ipotesi:

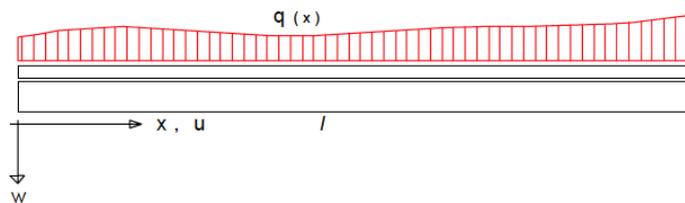
- Comportamento elastico-lineare del materiale e della connessione;
- Piccoli spostamenti e deformazioni (teoria del 1° ordine);
- Curvature identiche per gli elementi trave e soletta;
- Conservazioni delle sezioni piane per ogni elemento costituente la sezione;
- Connessione uniformemente distribuita lungo la trave e travi con sezione costante lungo l'asse longitudinale.

TRAVE COMPOSTA A CONNESSIONE DEFORMABILE



IPOTESI:

- Comportamento elastico lineare
 - Analisi del 1° ordine
 - Curvature identiche per gli elementi
 - Connessione "uniforme"
- $k = K/s = \text{cost}$



PASSO EQUIVALENTE

Nella trattazione generale la connessione viene considerata "uniforme": nel caso di connettori puntuali di rigidità K , ipotizzati identici ed ugualmente spazati con passo s , questo equivale a considerare una rigidità specifica del sistema pari a $k = K/s = \text{costante}$. Tuttavia è abbastanza comune, per travi in semplice appoggio con carico uniformemente distribuito, variare il passo dei connettori tra un valore massimo s_{max} in mezzzeria, ed un valore minimo s_{min} alle testate; in questo caso, e purché $s_{max} \leq 4 s_{min}$ si può fare riferimento ad un interasse equivalente $s_{eq} = 0,75 \cdot s_{min} + 0,25 \cdot s_{max}$.

STATO TENSIONALE DELLA STRUTTURA COMPOSTA

Secondo la trattazione generale per sistema misto con due elementi (Newmark, 1951), con riferimento alla figura 55, si possono imporre:

- equazioni di equilibrio per il tratto dx di trave composta, per gli elementi 1 e 2;
- condizioni di congruenza;
- relazioni di elasticità nell'ipotesi di mantenimento delle sezioni piane.

Per semplicità di esposizione, senza dilungarsi eccessivamente in elaborazioni matematiche, è possibile ottenere una equazione differenziale risolvente del secondo ordine del seguente tipo:

$$N_1'' - \alpha^2 N_1 = \beta$$

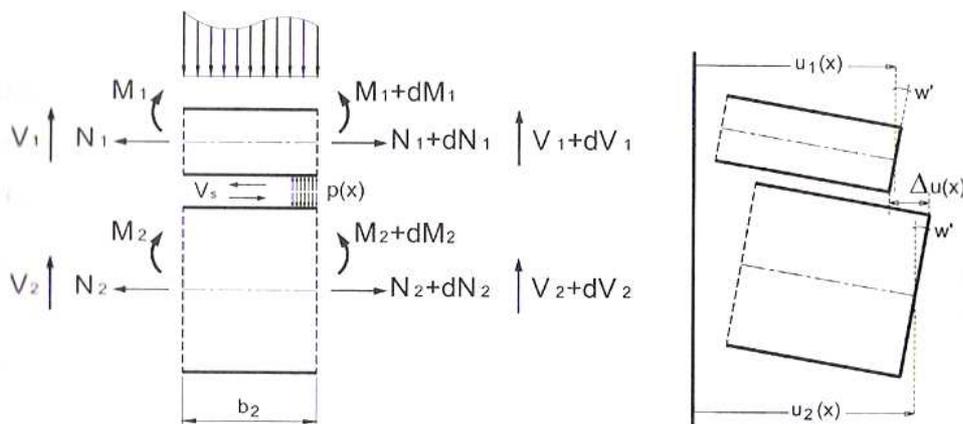


Fig. 55: Trave composta con connessione deformabile

Si possono fare le seguenti ipotesi:

- $q(x) = q = cost.$;
- $M(x) = ql^2/8$.

è dunque possibile ricavare l'espressione di N_1 :

$$N_1(x) = A_N \cdot sh(\alpha x) + B_N \cdot ch(\alpha x) - \frac{\beta^2}{\alpha} M(x) + \frac{\beta}{\alpha^2} q$$

Nota l'espressione sopra, è possibile ricavare le altre grandezze e, di conseguenza, lo stato tensionale della struttura composta.

TRATTAZIONE SEMPLIFICATA DA NORMATIVE

Le attuali normative, DIN 1052, Eurocodice 5, propongono per la verifica di travi composte a connessione deformabile, alcune formule derivanti da una trattazione semplificata del problema, nel caso di trave in semplice appoggio e carico distribuito q variabile con legge sinusoidale con valore massimo q_0 in mezzeria della trave:

$$q = q_0 \text{sen}(\pi x/l)$$

La sezione composta presenta il piano di simmetria verticale ed è costante lungo l'asse rettilineo della trave: nel caso in oggetto l'elemento 1 rappresenta la soletta, l'elemento 2 la trave. La scrittura delle equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale degli elementi, nonché la riscrittura delle equazioni di equilibrio per il tratto dx , consente di giungere al sistema risolvente di 3 equazioni differenziali nelle incognite u_1, u_2 , e w :

$$\begin{cases} E_1 A_1 \cdot u_1'' + k(u_2 - u_1 + w'a) = 0 \\ E_2 A_2 \cdot u_2'' - k(u_2 - u_1 + w'a) = 0 \\ \sum_i E_i J_i \cdot w'' - ka(u_2' - u_1' + w''a) = q \end{cases}$$

L'aver assunto il carico con distribuzione sinusoidale permette di esprimere le incognite spostamenti assiali u_1 , u_2 , e w nelle seguenti forme:

$$u_1 = u_{10} \cos(\pi x/l)$$

$$u_2 = u_{20} \cos(\pi x/l)$$

$$w = w_0 \sin(\pi x/l)$$

Sotto queste ipotesi il sistema risolvete si riduce ad un sistema di equazioni nelle incognite u_{10} , u_{20} , w .

Tralasciando per brevità la trattazione completa, si riportano di seguito le espressioni relative alle strutture miste così come riportato nei diversi documenti normativi (vedi DIN 1052, EN 1995):

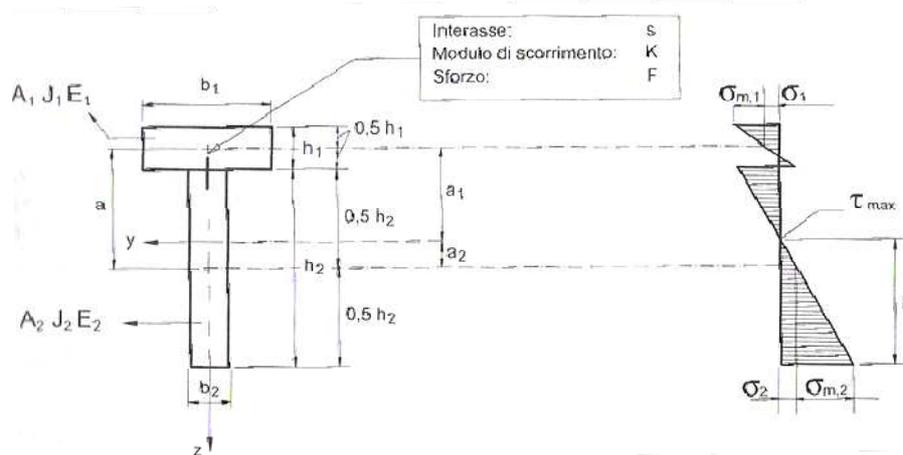


Fig. 56: Trave composta con connessione deformabile. schema da normativa

La rigidità efficace del sistema misto si determina dalla seguente espressione:

$$(EJ)_{ef} = \sum_i E_i J_i + \gamma_2 \cdot E_2 A_2 a_2^2 + \gamma_1 \cdot E_1 A_1 a_1^2$$

dove:

elemento 1 SOLETTA	elemento 2 TRAVE
$\gamma_1 = \left[\frac{1 + \pi^2 E_1 A_1 s_{eq}}{K l^2} \right]^{-1}$	$\gamma_2 = 1$
$a = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} + t$	
$a_1 = a - a_2$	$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 a_1}{\gamma_1 E_1 A_1 + E_2 A_2}$

Dove l è la luce effettiva di calcolo della trave composta per un sistema in semplice appoggio.

Di fatto è come se l'elemento 1 fosse "pesato" da un coefficiente $\gamma_1 < 1$.

Si è identificato la variabile a come la distanza tra i baricentri geometrici di sezione degli elementi 1 e 2, più l'eventuale presenza di un distacco t dovuto alla presenza di un assito continuo.

Nei calcoli, per il valore del modulo di scorrimento K , relativo al tipo di connettore considerato, si assumerà il seguente valore:

- $K = K_{SER}$ per le verifiche degli stati limite di servizio (deformabilità);
- $K_U = \frac{2}{3} K_{SER}$ per le verifiche degli stati limite ultimi (sollecitazioni).

Una volta determinata la rigidezza efficace della membratura sarà possibile determinare, per mezzo delle espressioni seguenti, le sollecitazioni normali e flessionali agenti sull'elemento i -esimo, nonché le tensioni ai lembi (si veda la figura 56):

<i>elemento 1</i>	<i>elemento 2</i>
SOLETTA	TRAVE
SOLLECITAZIONI	
$N_{1,d} = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 a_1}{(EJ)_{ef}} \cdot M_d$	$N_{2,d} = \frac{E_2 A_2 a_2}{(EJ)_{ef}} \cdot M_d$
$M_{1,d} = \frac{(EJ)_1}{(EJ)_{ef}} \cdot M_d$	$M_{2,d} = \frac{(EJ)_2}{(EJ)_{ef}} \cdot M_d$
TENSIONI	
$\sigma_{1,sup} = -\sigma_1 + \sigma_{m,1} = -\frac{N_1}{A_1} - \frac{0,5 \cdot h_1}{J_1} \cdot M_{1,d}$	$\sigma_{2,sup} = +\sigma_2 - \sigma_{m,2} = +\frac{N_2}{A_2} - \frac{0,5 \cdot h_2}{J_2} \cdot M_{2,d}$
$\sigma_{1,inf} = -\sigma_1 + \sigma_{m,1} = -\frac{N_1}{A_1} + \frac{0,5 \cdot h_1}{J_1} \cdot M_{1,d}$	$\sigma_{2,inf} = +\sigma_2 + \sigma_{m,2} = +\frac{N_2}{A_2} + \frac{0,5 \cdot h_2}{J_2} \cdot M_{2,d}$

Essendo σ_i la tensioni baricentrica dell'elemento i -esimo, $\sigma_{m,i}$ la componente flessionale di tensione da sommare o sottrarre alla tensione baricentrica per ottenere le tensioni ai lembi degli elementi costituenti.

Si potranno inoltre calcolare il massimo sforzo di taglio agente nell'elemento d'anima (elemento 2, trave in legno) e la forza cui è sottoposto ciascun connettore, tramite le successive espressioni:

$$\tau_{2,max} = \frac{0,5 \cdot E_2 \cdot h_2^2}{(EJ)_{ef}} \cdot V_d$$

$$F_{conn} = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_{ef}}{(EJ)_{ef}} \cdot V_d$$

Poiché il comportamento della struttura mista, oltre che essere funzione delle caratteristiche meccaniche degli elementi componenti, è pesantemente influenzato dal comportamento della connessione, risulta interessante, al riguardo, introdurre un parametro in grado di indicare sinteticamente la capacità della connessione di limitare lo scorrimento tra gli elementi componenti la trave composta. Tale parametro adimensionale, indicato con η , può essere assunto per quantificare l'efficienza della connessione e può essere espresso a mezzo della seguente formula:

$$\eta = \frac{(EJ)_{reale} - (EJ)_0}{(EJ)_\infty - (EJ)_0}$$

I valori del parametro sopra citato sono compresi nell'intervallo (0 e 1):

- Con collegamenti deformabili $(EJ)_{reale}$ si avvicina a $(EJ)_0$ e $\eta \rightarrow 0$;
- Con collegamenti molto rigidi $(EJ)_{reale}$ si avvicina a $(EJ)_\infty$ e $\eta \rightarrow 1$;

Solitamente i valori di η che si trovano nella progettazione degli usuali solai composti lignei, con soletta in calcestruzzo, sono compresi tra 0,4 e 0,7.

Il parametro di efficienza può essere di un certo aiuto nella fase progettuale. Si può procedere infatti, in fase di progettazione, fissando un valore limite della deformazione flessionale (ad esempio $\frac{l}{500}$) indotta, in esercizio, dalla somma dei carichi variabili e permanenti, ottenendo in tal modo un valore minimo richiesto per $(EJ)_{ef}$:

$$u_{max} = \frac{5}{384} \frac{q \cdot l^4}{(EJ)_{ef}} \leq \frac{l}{500}$$

$$(EJ)_{ef} = \frac{2500}{384} \cdot q \cdot l^3$$

Tramite questo valore, avendo controllato che $0 \leq \eta \leq 1$, risulta possibile impostare un sistema non lineare di quattro equazioni nelle incognite $K_{SER}, a_1, a_2, \gamma_1$, che una volta risolto consente di ottenere il valore minimo per la rigidezza specifica del sistema di connessione, necessario al fine di ottenere il desiderato valore di $(EJ)_{ef}$:

$$k_{SER} = \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1}{l^2} \cdot \frac{\gamma_1}{1 - \gamma_1}$$

da cui è infine possibile determinare il passo equivalente dei connettori, noto che la rigidezza specifica è pari al rapporto tra la rigidezza del singolo connettore e l'interasse equivalente $k_{SER} = K_{SER}/s_{eq}$:

$$s_{eq} = \frac{K_{SER}}{k_{SER}}$$

4.2.3 Applicazione FEM: solaio composto legno-calcestruzzo con connettori Al-fer srl

Nei precedenti capitoli si è introdotto il metodo analitico, descritto dagli attuali documenti normativi, con cui è possibile dimensionare un solaio composto con connessione deformabile. Il connettore a secco Al-fer, per quanto appreso nel corso di questa trattazione, si configura proprio come sistema di connessione semirigido.

L'intento che ci si pone ora è quello ideare un modello numerico agli elementi finiti, con l'ambizione, che tale strumento sia in grado di descrivere con sufficiente approssimazione, il comportamento di una trave reale mista in legno e calcestruzzo con connettori a secco Al-fer srl. La validazione di tale modello potrà aversi per confronto con il modello analitico precedentemente introdotto. Tale studio potrà inoltre essere d'aiuto per impostare correttamente le sperimentazioni future su di travi reali già realizzata presso la ditta Al-fer srl di Verona ed in attesa di essere testate.

Si considera il caso di un solaio in legno-calcestruzzo, realizzato con travi in legno massiccio 100 x 200 mm, classe C18, connettori a secco Al-fer diametro 16 mm annegati nella soletta di calcestruzzo da 50 mm (figura 57). Si descrive nel seguito solamente la verifica nell'unica fase di esercizio della struttura a calcestruzzo maturato, supponendo che le travi di legno siano puntellate nella fase di getto.

Dati di progetto

- *Caratteristiche geometriche*

Spessore della soletta	$s = 50$ mm
Tavolato in legno	$t = 25$ mm
Base della sezione della trave	$b = 100$ mm
Altezza della sezione della trave	$h = 200$ mm
Interasse tra le travi	$i = 600$ mm
Luce teorica delle travi	$l = 4000$ mm
Connettori a secco Al-fer	$d_{max} = 16$ mm
Lunghezza di infissione dei pioli	
nel legno	$l_w = 100$ mm
nel calcestruzzo	$l_c = 40$ mm

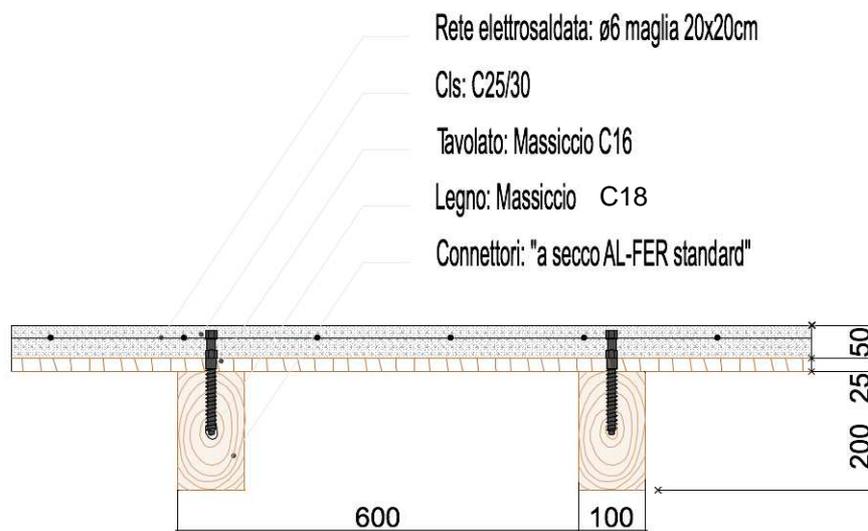


Fig. 57: Sezione trasversale del solaio

- *Caratteristiche dei materiali*

Calcestruzzo

Classe C25/30	
Massa volumica considerata	$\rho_k = 25$ KN/mc
Modulo elastico medio secante	$E_1 = 31476$ N/mm ²

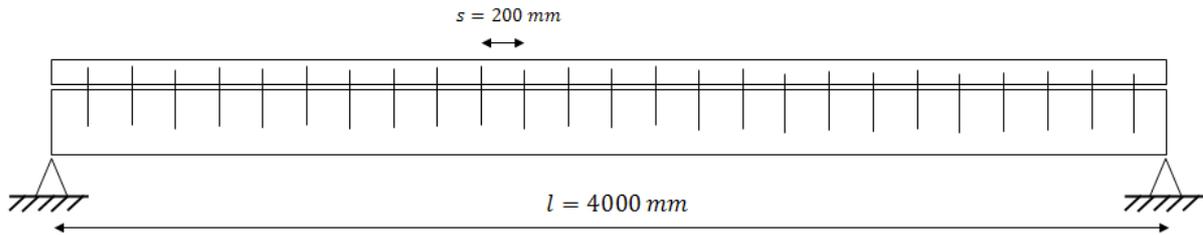
Legno massiccio

Classe C18	
Massa volumica considerata	$\rho_k = 6$ KN/mc
Modulo elastico	$E_2 = 9000$ N/mm ²

Connettori a secco Al-fer

Acciaio al piombo tipo 9SMnPb36	
Modulo elastico	$E_2 = 210000$ N/mm ²
Rigidezza in fase elastica (modello bilineare Al-fer)	$K_{SER} = 10610$ N/mm

- *Sistema di connessione con connettori a secco Al-fer srl*



Disposizione dei connettori all'interno della trave

Si è optato per semplicità per una disposizione uniforme dei connettori, pertanto nella determinazione delle grandezze efficaci del sistema si fa riferimento al passo $s_{eq} = cost = 200 \text{ mm}$.

- *Carichi ed azioni interne*

Il solaio è progettato per un carico totale di esercizio di 5,6 KN/mq, cui corrisponde un carico sul travetto $q = 3,36 \text{ KN/m}$. Sono stati considerati gli usuali carichi che generalmente sono alla base per il calcolo di un solaio misto da adibirsi a civile abitazione:

Permanenti strutturali	Trave e soletta	$G_{1,k} = 1,45 \text{ KN/mq}$
Permanenti portati	Sottofondo, assito, massetto, pavimento, tramezzi	$G_{2,k} = 2,15 \text{ KN/mq}$
Variabili	Civile abitazione	$Q_k = 2,00 \text{ KN/mq}$
		TOT = 5,60 KN/mq

Momento in mezzzeria

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{3,36 \cdot 4^2}{8} = 6,72 \cdot 10^6 \text{ N m}$$

Taglio agli appoggi

$$V = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{3,36 \cdot 4}{2} = 6720 \text{ N}$$

MODELLO ANALITICO

Di seguito si determinano le caratteristiche di sollecitazione, nei materiali costituenti la sezione composta, con riferimento al modello teorico semplificato introdotto nei precedenti paragrafi.

Rigidezza flessionale dei due elementi in parallelo

$$(EJ)_0 = \sum_i E_i \cdot J_i = \frac{1}{12} (E_1 b_1 h_1^3 + E_2 b_2 h_2^3) = 7,97 \cdot 10^{11} \text{ Nmm}^2$$

Rigidezza flessionale della sezione composta:

$$y_{G\infty} = \frac{E_1 A_1 \left(h_2 + \frac{h_1}{2} \right) + E_2 A_2 \frac{h_2}{2}}{\sum_i E_i A_i} = \frac{h_2}{2} + \frac{E_1 A_1}{\sum_i E_i A_i} a = 226 \text{ mm}$$

$$a = \frac{h_2}{2} + \frac{h_1}{2} + t = 150 \text{ mm}$$

$$a_{2,\infty} = y_{G\infty} - \frac{h_2}{2} = 126 \text{ mm}$$

$$a_{1,\infty} = h_2 + \frac{h_1}{2} - y_{G\infty} = 24 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{\infty} = \sum_i E_i \cdot J_i + \sum_i E_i A_i a_i^2 = (EJ)_0 + (EA)_0 \cdot a^2 = 4,20 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Rigidezza flessionale per il sistema con connessione deformabile:

$$s_{eq} = s = cost = 200 \text{ mm}$$

$$K = K_{SER,AL-FER} = 10610 \text{ N/mm}$$

$$\gamma_1 = \left[\frac{1 + \pi^2 E_1 A_1 s_{eq}}{K l^2} \right]^{-1} = 0,083$$

$$\gamma_2 = 1$$

$$a = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} + t = 150 \text{ mm}$$

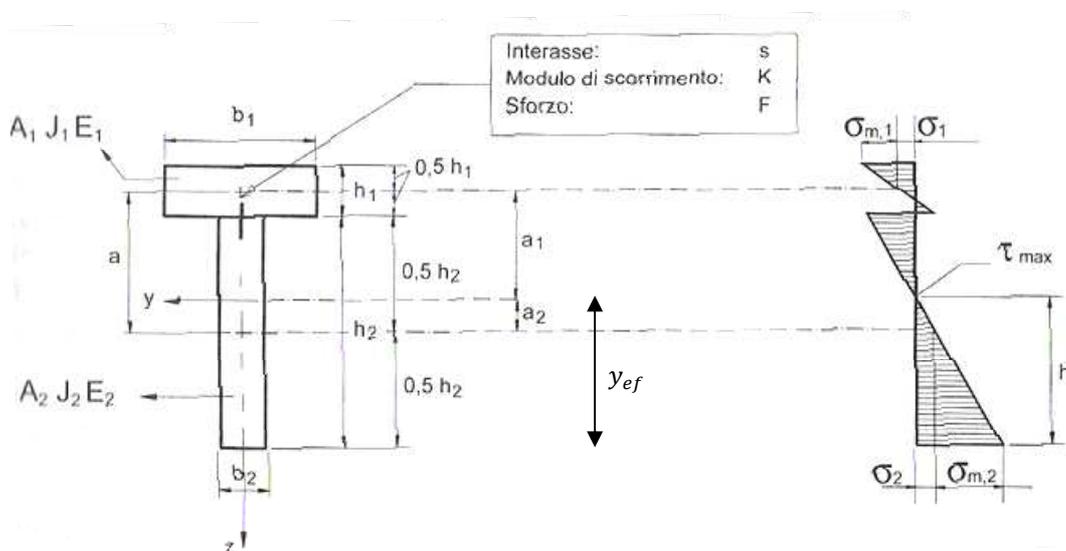
$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 a_1}{\gamma_1 E_1 A_1 + E_2 A_2} = 46 \text{ mm}$$

$$a_1 = a - a_2 = 104 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{ef} = \sum_i E_i J_i + \gamma_2 \cdot E_2 A_2 a_2^2 + \gamma_1 \cdot E_1 A_1 a_1^2 = 2,03 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$y_{ef} = \frac{h_2}{2} + a_2 = 146 \text{ mm}$$

L'asse neutro taglia la trave in legno come nella seguente immagine



efficienza della connessione

$$\eta = \frac{(EJ)_{ef} - (EJ)_0}{(EJ)_{\infty} - (EJ)_0} = 0,36$$

Valore conforme all'assunzione fatta precedentemente, $0,4 \leq \eta \leq 0,7$.

Si possono dunque determinare le sollecitazioni massime agenti nei vari elementi:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} = 6,72 \cdot 10^6 \text{ N m}$$

SOLETTA

$$N_1 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 a_1}{(EJ)_{ef}} \cdot M = 27218 \text{ N}$$

$$M_1 = \frac{(EJ)_1}{(EJ)_{ef}} \cdot M = 6,51 \cdot 10^6 \text{ N m}$$

$$\sigma_{1,sup} = -\sigma_1 + \sigma_{m,1} = -\frac{N_1}{A_1} - \frac{0,5 \cdot h_1}{J_1} \cdot M_1 = -3,51 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{1,inf} = -\sigma_1 + \sigma_{m,1} = -\frac{N_1}{A_1} + \frac{0,5 \cdot h_1}{J_1} \cdot M_1 = +1,70 \text{ MPa}$$

TRAVE

$$N_2 = \frac{E_2 A_2 a_2}{(EJ)_{ef}} \cdot M = 27218 \text{ N}$$

$$M_2 = \frac{(EJ)_2}{(EJ)_{ef}} \cdot M = 2 \cdot 10^6 \text{ N m}$$

$$\sigma_{2,sup} = +\sigma_2 - \sigma_{m,2} = +\frac{N_2}{A_2} - \frac{0,5 \cdot h_2}{J_2} \cdot M_2 = -1,62 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{2,inf} = +\sigma_2 + \sigma_{m,2} = +\frac{N_2}{A_2} + \frac{0,5 \cdot h_2}{J_2} \cdot M_2 = 4,34 \text{ MPa}$$

sforzio di taglio agente nell'elemento d'anima:

$$V = \frac{q \cdot l}{2} = 6720 \text{ N}$$

$$\tau_{2,max} = \frac{0,5 \cdot E_2 \cdot h_2^2}{(EJ)_{ef}} \cdot V = 0,43 \text{ MPa}$$

forza cui è sottoposto il connettore più sollecitato:

$$F_{conn} = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_{ef}}{(EJ)_{ef}} \cdot V = 5444 \text{ N}$$

freccia massima in mezzzeria:

$$u_{max} = \frac{5}{384} \frac{q \cdot l^4}{(EJ)_{ef}} = 5,52 \text{ mm}$$

Il modello analitico è semplice e di immediata applicazione, ma il limite più restrittivo è quello che fornisce valori di sollecitazione e tensione in punti ben determinati della trave.

Questo fatto può essere risolto introducendo un modello numerico agli elementi finiti in grado di rispondere correttamente al problema e contemporaneamente fornire valori discreti lungo tutte le sezioni degli elementi costituenti il sistema misto.

MODELLO NUMERICO

Per il modello numerico si è suddiviso la trave in 18 conci di lunghezza 200 mm e 4 conci di lunghezza 100mm, adottando uno schema statico di trave in semplice appoggio del tipo cerniera all'appoggio destro e carrello all'appoggio sinistro.

Nell'analisi agli elementi finiti, tramite il programma straus 7 Release 2.3.3, il travetto e la soletta sono stati modellati con elementi beam, come mostrato in figura 58.

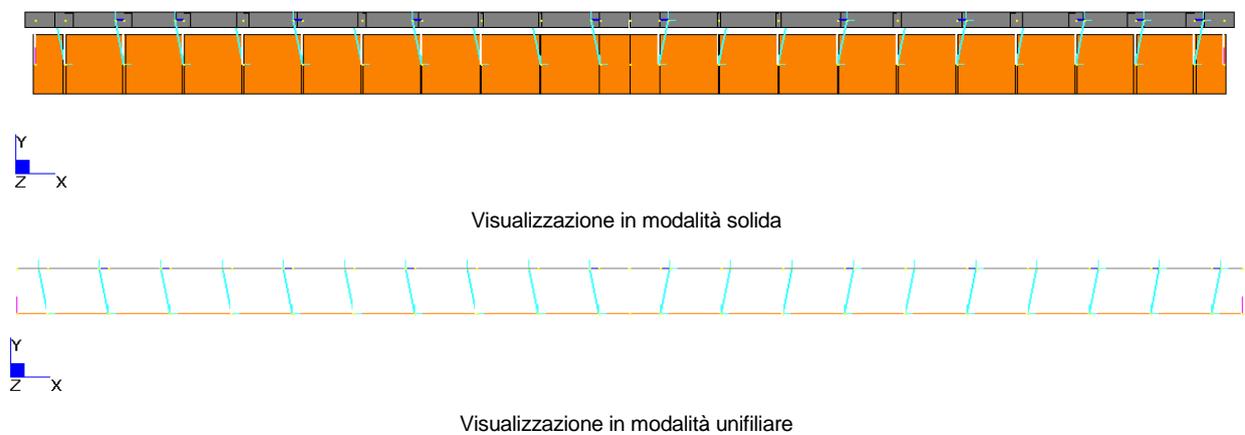


Fig. 58: Sezione longitudinale adottata per il modello FEM

Con le ipotesi assunte, sia il trave che la soletta sono schematizzati con beam in grado di descrivere bene sia i parametri meccanici che geometrici, per quest'ultimo aspetto si veda la sezione trasversale di figura 59. Per quanto riguarda la presenza del tavolato continuo, questo è stato modellato con la presenza di un distacco proporzionale all'altezza t , come suggerito dai documenti normativi.

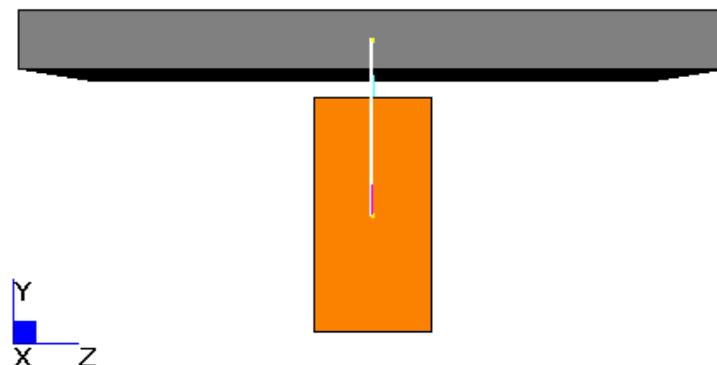


Fig. 59: Geometria degli elementi in una sezione trasversale del modello FEM

Connettore a secco Al-fer

Il connettore a secco Al-fer è stato modellato con molle, inserite fra i nodi della soletta e link rigidi collegati ai nodi del travetto in legno (figura 60 a). I nodi del travetto e della soletta sono inoltre collegati con link tipo biella per impedire gli spostamenti relativi verticali.

Tale approccio è giustificato dal fatto che nel capitolo 3 è stato proposto un modello bilineare per il comportamento del connettore a secco Al-fer, e si dispone ora di una curva forza spostamento derivata da sperimentazione di laboratorio (figura 60 b). In aggiunta a quanto affermato, la logica di sfruttare tale modello è ragionevole per il fatto che il sistema misto in oggetto presenta analoghe caratteristiche meccaniche e geometriche dei provini testati sperimentalmente.

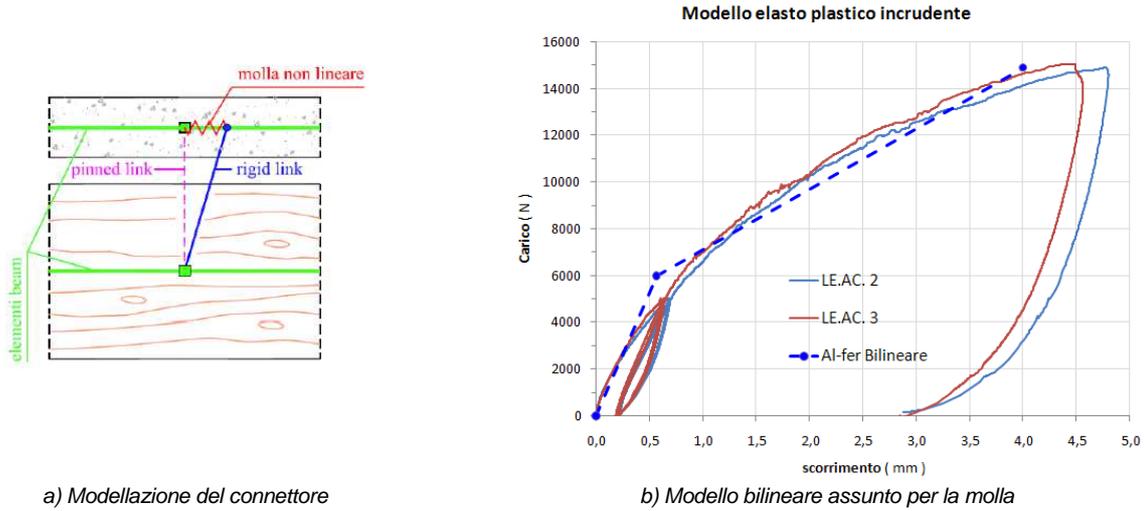


Fig. 60: Geometria degli elementi in una sezione trasversale del modello FEM

	Ramo elastico		Ramo plastico	
Rigidezza	K_E	= 10611 N/mm	K_P	= 2591 N/mm
Forza	F_y	= 6000 N	F_u	= 14900 N
scorrimento	d_y	= 0,565 mm	d_u	= 4 mm

Il modello bilineare, di cui sopra, è stato applicato all'elemento spring-Damper attraverso l'assegnazione di una tabella *Force vs Displacement*.

Ai fini di validare il modello numerico mediante quello analitico, si è svolta un'analisi considerando un comportamento elastico lineare di ciascun elemento del sistema. L'assegnazione dei carichi è stata effettuata creando 3 condizioni di carico:

1_Permanenti strutturali (assegnando la gravità a trave e soletta $g_y = - 9810 \text{ mm/s}^2$)

2_Permanenti portati (assegnando un carico distribuito sul beam trave in legno)

$$g_{2,k} = G_{2,k} \cdot i = 1,29 \text{ KN/m}$$

3_Variabili (assegnando un carico distribuito sul beam trave in legno)

$$q_{,k} = Q_{,k} \cdot i = 1,20 \text{ KN/m}$$

Sono state poi create 2 combinazioni di carico:

	SLE	SLU
1_Permanenti strutturali	1	1,3
2_Permanenti portati	1	1,5
3_Variabili	1	1,5

Si fa notare che un tale approccio si presta bene alle verifiche strutturali (SLU), però questo implicherebbe l'adozione di una normativa specifica e l'impiego dei relativi coefficienti di sicurezza, introducendo elementi che potrebbero complicare il confronto con il modello analitico.

Si riportano di seguito i risultati ottenuti dall'analisi FEM.

FORZA DI SCORRIMENTO

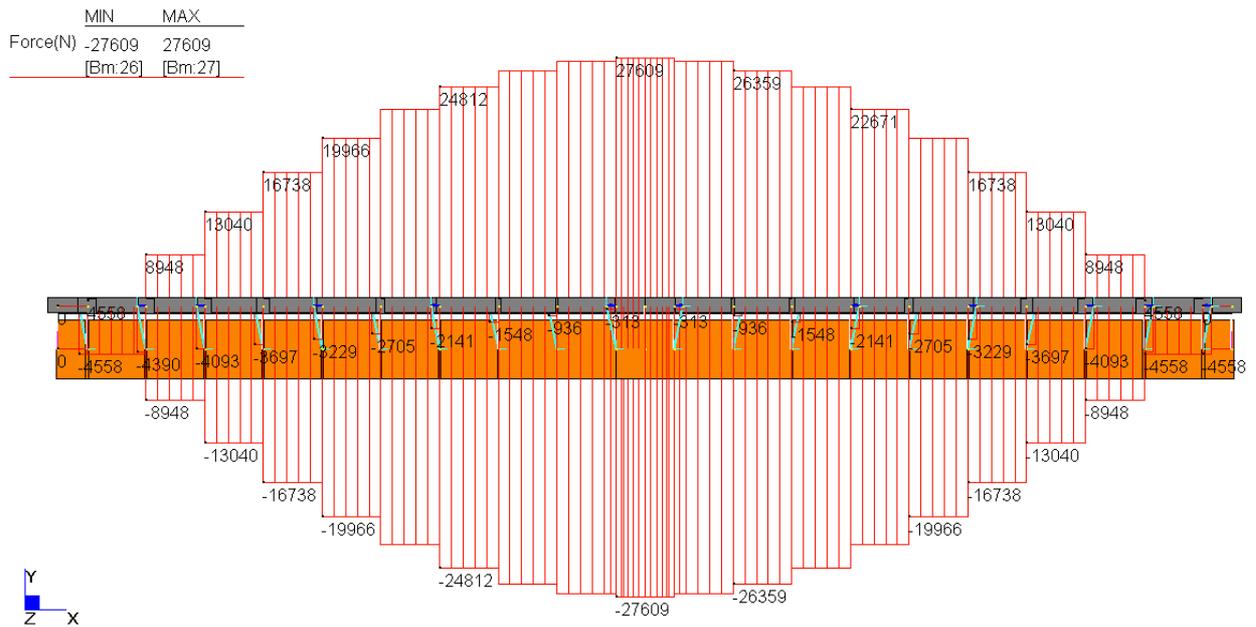


Fig. 61: Forza di scorrimento sulla soletta (diagramma in basso, N_1 negativo) e sul trave (diagramma in alto N_2 positivo)

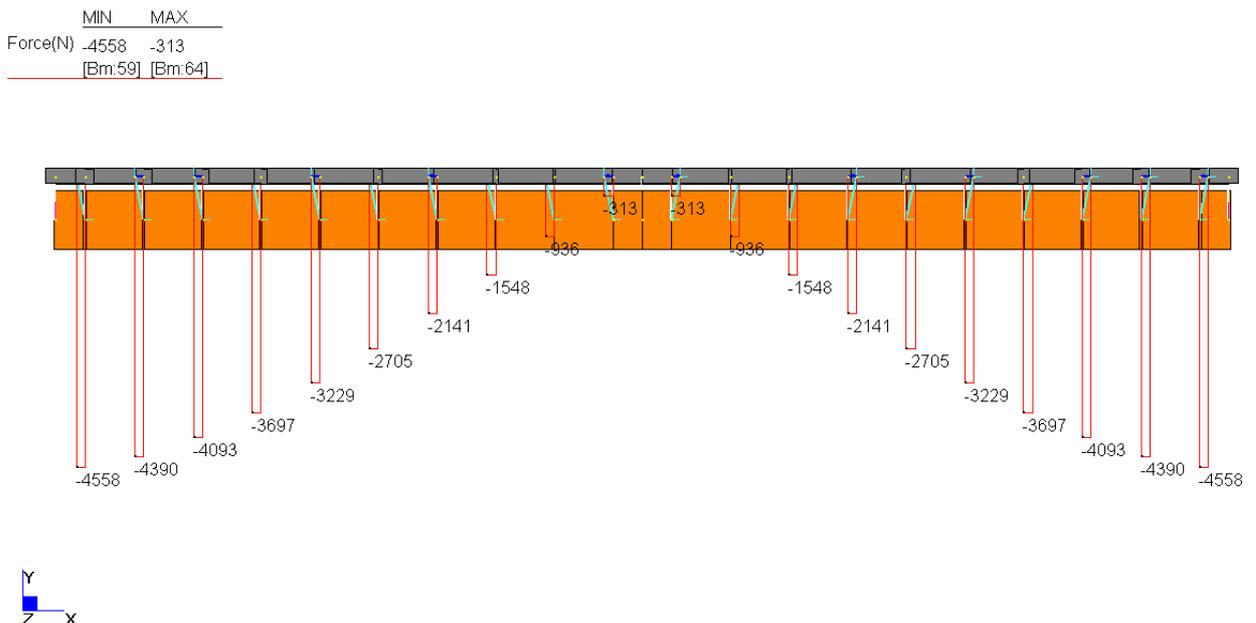
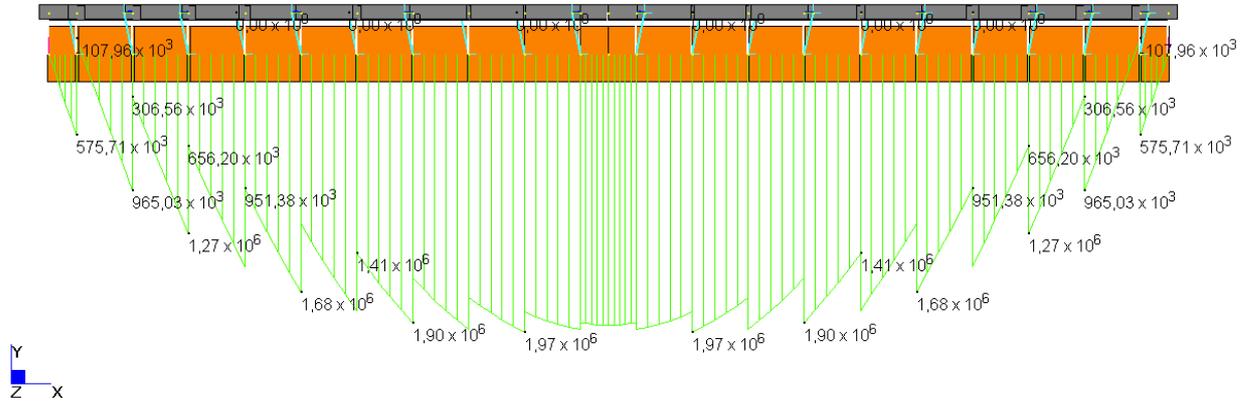


Fig. 62: Forza di scorrimento sui connettori

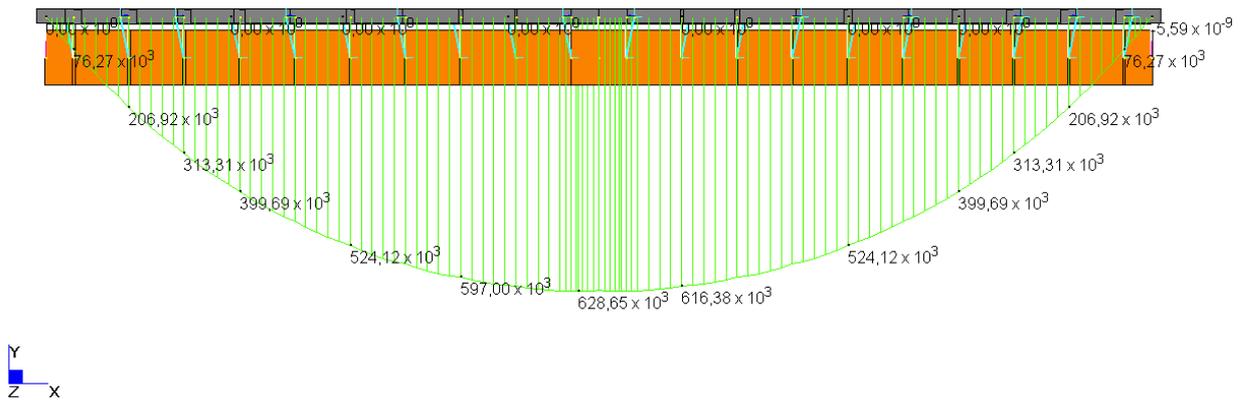
MOMENTI FLETTENTI

	MIN	MAX
BM2(N.mm)	$-107,96 \times 10^3$	$1,97 \times 10^6$
	[Bm:10]	[Bm:3]



M_2 : Momento flettente sulla trave

	MIN	MAX
BM2(N.mm)	$-5,59 \times 10^9$	$628,65 \times 10^3$
	[Bm:51]	[Bm:26]



M_1 : Momento flettente sulla soletta

Fig. 63: Momenti flettenti sugli elementi

Fibre Stress (MPa)

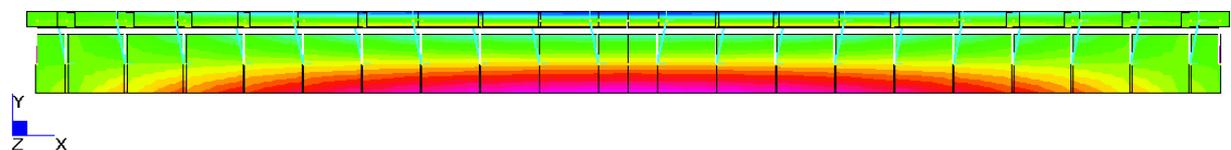
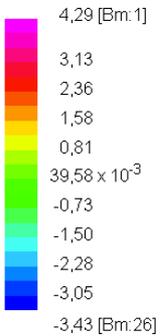
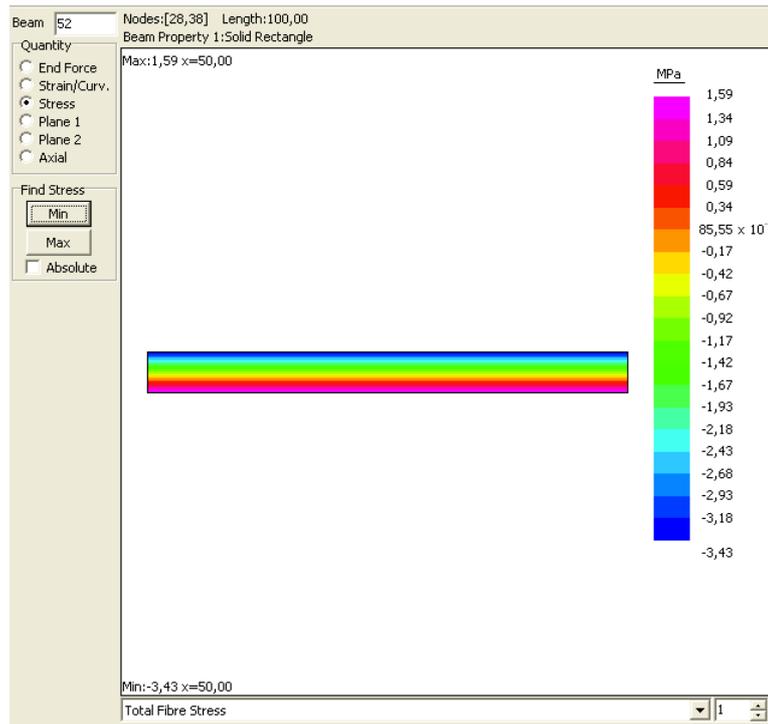
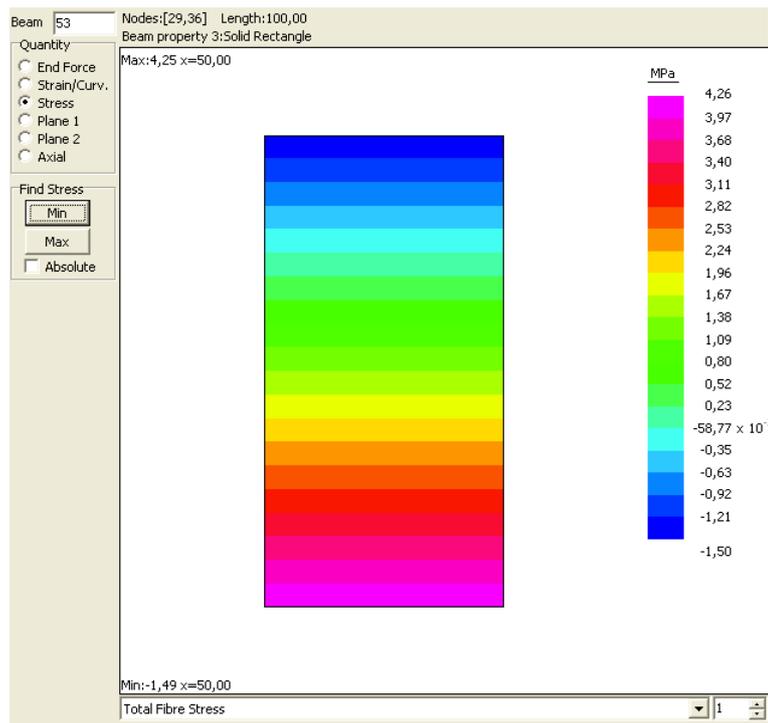


Fig. 64: Tensioni totali sul sistema misto



Tensioni totali sulla soletta $\sigma_{1,sup}$ e $\sigma_{1,inf}$

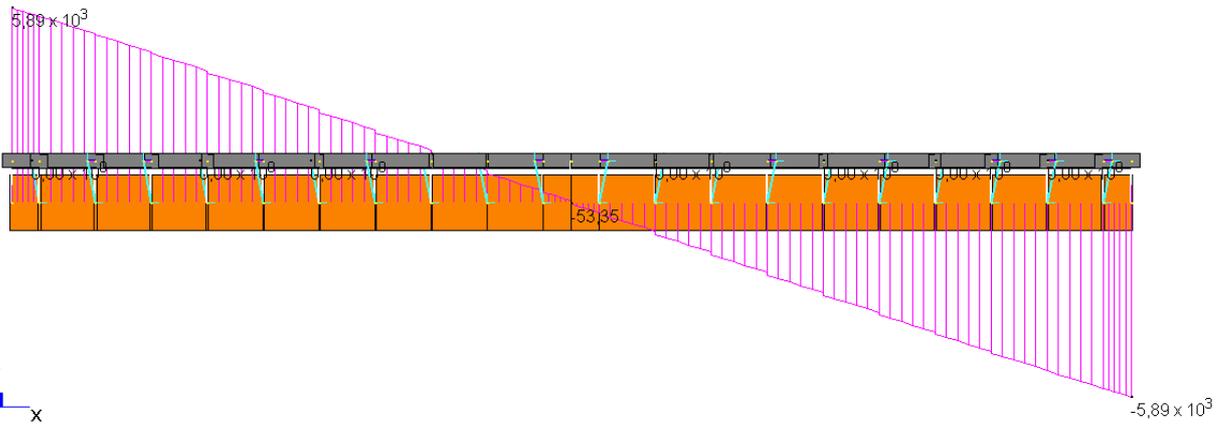


Tensioni totali sulla trave $\sigma_{2,sup}$ e $\sigma_{2,inf}$

Fig. 65: Tensioni sui materiali

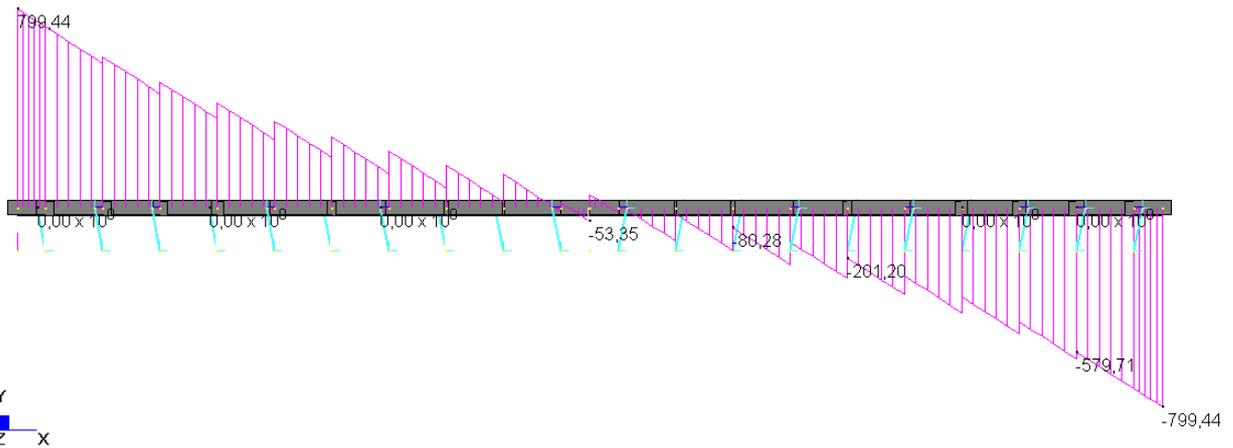
TAGLIO

	MIN	MAX
SF2(N)	$-5,89 \times 10^3$	$5,89 \times 10^3$
	[Bm:38]	[Bm:11]



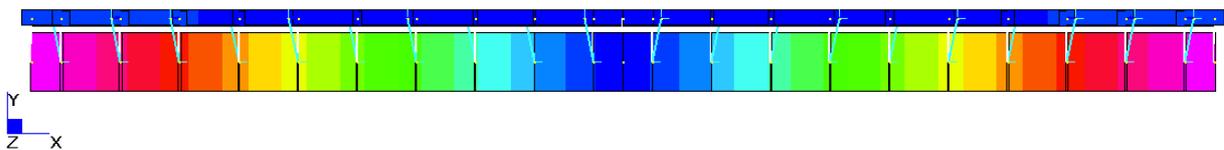
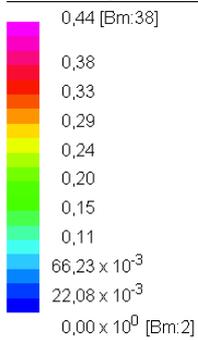
Taglio sulla trave

	MIN	MAX
SF2(N)	-799,44	799,44
	[Bm:51]	[Bm:25]



Taglio sulla soletta

Max Shearing Stress2 (MPa)



Tensione tangenziale

Fig. 66: Forza di taglio e tensioni tangenziali

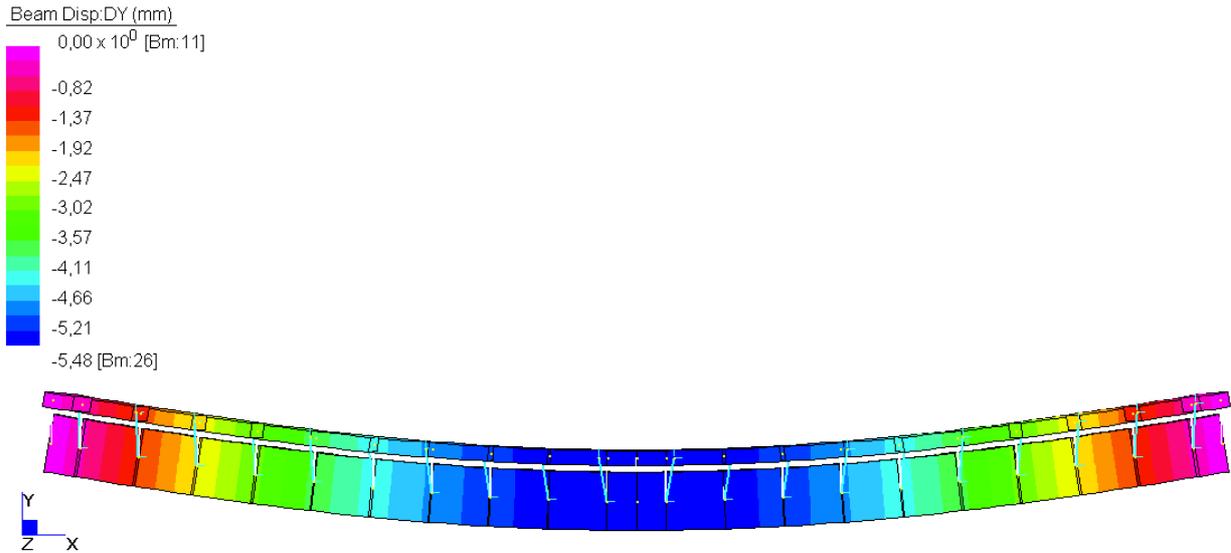


Fig. 67: spostamenti lungo y del sistema misto. Freccia max in mezzeria

Il modello numerico presentato può essere ora confrontato con i risultati ottenuti dal modello analitico.

	Analitico	Fem	Scostamento
Freccia	5,52 mm	5,48 mm	0,7 %
Forza di scorrimento	27218 N	27609 N	1,4 %
Momento cls	$6,51 \cdot 10^5$ N mm	$6,29 \cdot 10^5$ N mm	3,5 %
Momento legno	$1,99 \cdot 10^6$ N mm	$1,97 \cdot 10^6$ N mm	1 %
F connettore	5444 N	4558 N	20 %

Dalla valutazione dello scostamento tra i risultati, si evince che il modello numerico introdotto è in buon accordo con il modello analitico. Gli errori commessi dall'utilizzo dei due modelli sono inferiori al 3% circa se si escludono i dati relativi all'ultima riga della soprastante tabella. Infatti, la forza massima sul connettore del modello numerico si discosta da quello analitico del 20 %; presumibilmente a causa del fatto che il modello analitico fornisce valori eccessivamente a favore di sicurezza poiché non tiene conto della deformabilità della connessione, che ridistribuisce la forza di scorrimento.

Bibliografia

- [1] TURRINI G. e PIAZZA M., *Una tecnica di recupero statico dei solai in legno*, Recuperare **5**, 1983.
- [2] TURRINI G. e PIAZZA M., *Il comportamento statico della struttura mista legno-calcestruzzo*, Recuperare **6**, 1983.
- [2] TURRINI G. e PIAZZA M., *Aspetti applicativi di tecniche di realizzazione di strutture miste legno-calcestruzzo*, Atti del I Congresso: Il legno nel restauro, il restauro del legno, Firenze, 1983 (c).
- [4] Piazza M., Tomasi R., Modena R., *Strutture in legno*, Hoepli, 2005.
- [5] Scibilla N., *Strutture miste acciaio-calcestruzzo legno-calcestruzzo*, Dario Flacovio Editore s.r.l., 2002.
- [6] Giuriani E., Frangipane A., *Wood-to-Concrete composite section for stiffening of ancient wooden beam floors*, Università degli studi di Trento, Atti del "1° Workshop Italiano sulle Strutture Composte", Trento, 17-18 Giugno 1993.
- [7] Capretti S., Ceccotti A., *Solai composti legno-clc: metodo di calcolo secondo l'EC5*, L'Edilizia, n.12, p.747-752, 1992.
- [8] Modena C., Tempesta P., Tempesta F., *Una tecnica a secco*, L'Edilizia n.11-12 p.22-32, 1997.
- [9] GELFI P., MARINI A., *Solai misti in legno e calcestruzzo. Metodi di verifica*, L'edilizia n. 153-154, 2008.
- [10] GELFI P., GIURIANI E., *Influence of slab-beam slip on the deflection of composite beams*, International Journal for Restoration of Buildings and Monuments n. 9, pp. 475-490, 2003.
- [11] GELFI P. – GIURIANI E. – CATTANEO E. – NICHETTI E., *Travi miste in legno e calcestruzzo con connettori a piolo*, Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università degli Studi di Brescia, Italia, Technical Report n. 2, 1995

Riferimenti normativi

- (1) D.M. 14/01/2008 "Norme Tecniche per le Costruzioni – NTC2008"
- (2) CNR-DT 206/2007 – "Istruzioni per il Progetto, l'Esecuzione e il Controllo delle Strutture in Legno"
- (3) Eurocodice 5, *Progettazione di strutture in legno*. UNI ENV 1995-1-1.